

## Bachelorarbeit

# Praktikumsexperimente zum Compton-Effekt mit Röntgenröhren

## Lab course experiments on the Compton effect with X-ray tubes

angefertigt von

**Richard Benedikt Murk**

aus Mühlhausen/Thüringen

am II. Physikalischen Institut

**Arbeitsnummer:** II.Physik-UniGö-BSc-2023/04

**Bearbeitungszeit:** 11. April 2023 bis 4. Juli 2023

**Erstgutachter:** Prof. Dr. Arnulf Quadt

**Zweitgutachter:** Priv.Do. Dr. Jörn Große-Knetter



## Zusammenfassung

In dieser Bachelorarbeit wird ein Praktikumsversuch an einer Röntgenröhre ausgearbeitet, der über eine indirekte Methode, bei der zunächst die Transmission eines Absorbers über die Braggstreuung gemessen wird, die Comptonwellenlänge bestimmt. Aus der gemessenen Transmissionskurve in Abhängigkeit der Wellenlänge lässt sich, durch Variation der Position des Absorbermaterials bei der Comptonmessung, der Transmissionsgrad der mittleren Wellenlänge vor und nach der Comptonstreuung bestimmen, sodass die Wellenlängenzunahme quantitativ gezeigt werden kann. Dabei wurde bei der Wahl der Versuchsteile darauf geachtet, den Studierenden einen maximalen Lernerfolg zu ermöglichen, damit diese einen fundierten Einblick in die Thematik erhalten und ihre experimentellen Fähigkeiten im Umgang mit physikalischen Apparaturen fördern können. Der hier erstellte Versuch soll im kommenden Sommersemester als neue Wahlmöglichkeit zum bestehenden Versuch zur Röntgenstrahlung in das Repertoire des physikalischen Grundpraktikums an der Georg-August-Universität Göttingen aufgenommen werden.

## Abstract

In this bachelor thesis, a lab course experiment on an X-ray tube is worked out to determine the Compton wavelength by an indirect method in which the transmission of an absorber is first measured via Bragg scattering. From the measured transmission curve as a function of the wavelength, the transmittance of the average wavelength before and after Compton scattering can be determined by varying the position of the absorber material in the Compton measurement, so that the wavelength increase can be shown quantitatively. Care was taken in the choice of experimental parts to maximize the learning for the students, so that they can gain a deep insight into the subject matter and advance their experimental skills in the use of physical devices. The experiment created here is to be included in the repertoire of the basic physics lab course at the Georg-August University of Göttingen in the coming summer semester as a new option to the existing experiment on X-rays.





# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Röntgenstrahlen . . . . .	3
2.2. Prinzip einer Röntgenröhre . . . . .	3
2.3. Das Röntgenspektrum . . . . .	5
2.3.1. Die Bremsstrahlung . . . . .	5
2.3.2. Die charakteristische Strahlung . . . . .	7
2.3.3. Die Lilienfeldstrahlung . . . . .	8
2.4. Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie . . . . .	9
2.4.1. Die Röntgenbeugung . . . . .	9
2.4.1.1. Die Bragg-Gleichung . . . . .	10
2.4.2. Photoelektrischer Effekt . . . . .	11
2.4.3. Compton-Effekt . . . . .	12
2.4.4. Paarbildung . . . . .	14
2.4.5. Absorption von Röntgenstrahlung . . . . .	14
2.4.6. Transmission . . . . .	16
2.5. Detektion von Röntgenstrahlung . . . . .	18
2.5.1. Das Geiger-Müller-Zählrohr . . . . .	18
2.5.2. Prinzip eines Goniometers . . . . .	19
<b>3. Versuch zum Compton Effekt</b>	<b>21</b>
3.1. Das Röntgenvollschutzgerät . . . . .	21
3.2. Versuchsbeschreibung . . . . .	22
3.2.1. Vorbetrachtungen . . . . .	22
3.2.2. Versuchsteil A: Bragg-Streuung . . . . .	23
3.2.3. Versuchsteil B: Compton-Effekt . . . . .	24
3.3. Auswertung . . . . .	25
3.3.1. Versuchsteil A . . . . .	26
3.3.1.1. Berücksichtigung höherer Ordnungen bei der Bragg-Streuung	29

## *Inhaltsverzeichnis*

3.3.1.2. Transmissionsbestimmung . . . . .	31
3.3.2. Versuchsteil B . . . . .	33
3.3.2.1. Transmissionsbestimmung . . . . .	33
3.3.2.2. Berechnung der Wellenlängen . . . . .	34
3.4. Diskussion der Ergebnisse . . . . .	36
<b>4. Didaktische Einordnung</b>	<b>39</b>
4.1. Über die Wahl der Versuchsteile . . . . .	39
4.2. Résumé: Eignung des Versuchs als Praktikumsexperiment . . . . .	41
<b>A. Anhang</b>	<b>49</b>
A.1. Herleitung der Comptongleichung . . . . .	49
A.2. Abbildungen und Tabellen . . . . .	51
<b>B. Exemplarische Versuchsanleitung</b>	<b>65</b>
<b>C. Vorlage für die Auswertung des Versuchs mit Python</b>	<b>73</b>

# 1. Einleitung

Wilhelm Conrad RÖNTGEN entdeckte im Jahre 1895 beim Experimentieren mit Elektronenstrahlen in einer Hittorfröhre, dass ein Fluoreszenzschirm, der in einiger Entfernung zur Röhre platziert wurde, immer noch aufleuchtete, obwohl die Elektronenstrahlen diese Entfernung in der Luft nicht überwinden konnten. Röntgen schloss daraus, dass es sich um „eine neue Art von Strahlen“ handeln musste [1]. Zudem stellte er fest, dass die sogenannten X-Strahlen verschiedene Materialien unterschiedlich stark durchdringen. Dieses Erkenntnis brachte ihm den Nobelpreis für Physik 1901 „als Anerkennung des außerordentlichen Verdienstes, den er sich durch die Entdeckung der nach ihm benannten Strahlen erworben hat“ [2] ein und revolutionierte die medizinische Diagnostik und legte den Grundstein für weitere physikalische Forschung.

Die Bedeutung der Röntgenstrahlung in der modernen Medizin ist unbestreitbar. Bereits wenige Jahre nach der Entdeckung ermöglichte sie Ärzten, in das Innere des Körpers zu schauen, ohne dafür invasive Verfahren anwenden zu müssen. Diese bildgebenden Verfahren wurden dabei immer weiterentwickelt, sodass Medizinern inzwischen ein breites Spektrum an Röntgendiagnostik zur Verfügung steht, mit welchem Krankheiten, Frakturen, Tumore und andere Anomalien präzise erkannt werden können, um eine effiziente Behandlung einzuleiten.

Darüber hinaus haben Röntgenstrahlen auch in anderen Bereichen eine enorme Bedeutung erlangt. In der Materialwissenschaft verwendet man sie unter anderem für Strukturanalysen. Beispielsweise können durch Röntgenbeugung Kristallstrukturen von Molekülen oder Proteinen, wie die Doppelhelixstruktur der DNA, bestimmt werden, wodurch enorme Fortschritte in der Genetik erzielt werden konnten [3]. Auch bei der Untersuchung von Materie auf atomarer Ebene ist die Röntgenstrahlung von Bedeutung. Mit Hilfe von Röntgenspektroskopie können die Energieniveaus von Elektronen in Atomen untersucht werden, um das Verhalten der Materie zu verstehen [4].

Ein wichtiges Phänomene im Zusammenhang mit der Röntgenstrahlung ist der von Arthur Holly COMPTON 1923 entdeckte und nach ihm benannte Comptoneffekt [5]. Dieser quantenmechanische Effekt beschreibt die Energieübertragung eines Röntgenphotons, eines energiereichen elektromagnetischen Teilchens, auf ein Elektron bei der Streuung von

## 1. Einleitung

Röntgenstrahlen an Elektronen, wodurch sich die Wellenlänge der gestreuten Strahlung vergrößert. Compton erhielt 1927 ebenfalls den Physiknobelpreis [6]. Das Prinzip des Compton-Effekts wird heutzutage in einigen technischen Anwendungen genutzt. So wurde unter Ausnutzung dessen das Compton Teleskop COMPTEL von der NASA bis 2000 eingesetzt, um den Energiebereich von  $0.75 - 30$  MeV genau zu erforschen [7]. Moderne Compton-Kameras können im medizinischen Bereich eine bessere räumliche Auflösung liefern, um die Position von Tumoren exakter bestimmen zu können [8]. Auch bei der radiologischen Durchleuchtung von Gegenständen in der Sicherheitstechnik, wie beispielsweise an Flughäfen, können Anlagen, die auf dem Comptoneffekt basieren, genutzt werden, um verdächtige Gegenstände eindeutiger zu identifizieren [9].

In dieser Arbeit soll ein Versuch basierend auf diesen beiden Nobelpreisexperimenten für das physikalische Anfängerpraktikum beziehungsweise das physikalische Grundpraktikum für 2-Fächer-Bachelor an der Universität Göttingen ausgearbeitet werden. Es wird zunächst in Kapitel 2 auf die theoretischen Grundlagen eingegangen. Darauf folgend wird in Kapitel 3 der erstellte Praktikumsversuch vorgestellt und ausgewertet. Zum Abschluss wird in Kapitel 4 eine didaktische Einordnung gegeben und ein abschließendes Résumé über die Eignung des Versuchs gezogen.

## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Röntgenstrahlen

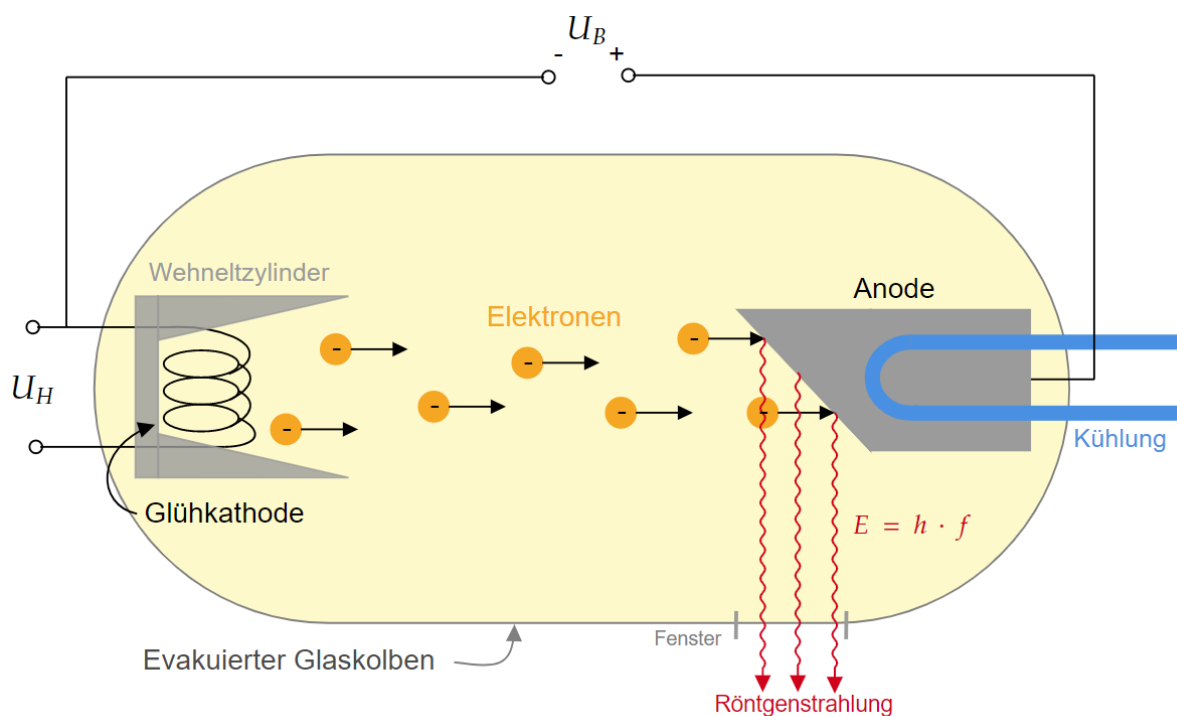
Als Röntgenstrahlung bezeichnet man eine elektromagnetische Welle, die in einem Wellenlängenbereich zwischen 10 nm und 10 pm beziehungsweise einem Frequenzbereich von etwa 25 PHz bis 30 EHz liegt. Da es sich um eine elektromagnetische Welle handelt, lassen sich Frequenz  $f$  und Wellenlänge  $\lambda$  einfach ineinander umrechnen, wenn man die Lichtgeschwindigkeit  $c$  des Mediums kennt. Es gilt dabei  $c = \lambda \cdot f$ . Röntgenstrahlen liegen im elektromagnetischen Spektrum oberhalb des ultravioletten Lichts und unterhalb der Gammastrahlen, von denen sie sich nur durch die Art der Entstehung unterscheiden. Gammastrahlung ist eine weitere Form der elektromagnetischen Strahlung mit Wellenlängen unter 30 pm, die durch Kernreaktionen oder radioaktiven Zerfall erzeugt wird. Röntgenstrahlen entstehen im Gegensatz dazu durch starke Beschleunigung von geladenen Teilchen oder durch hochenergetische Übergänge zwischen den verschiedenen Niveaus in der Elektronenhülle von Atomen oder Molekülen.

Da es sich hier um die Ausbreitung einer Schwingung des elektromagnetischen Feldes im Raum handelt, gilt auch für Röntgenstrahlen der klassische Wellen-Teilchen-Dualismus. Dies bedeutet, dass es sowohl Erscheinungen von Röntgenstrahlen, wie Kohärenz und Interferenz, gibt, die nur mit dem Wellenmodell erklärbar sind, aber auch Phänomene wie der Comptoneffekt auftreten, die nur mit den Teilcheneigenschaften von Photonen beschrieben werden können. Dabei wird Licht von jeder Frequenz die Energie  $E$  eines Photons zugeordnet. Diese wird mit dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$  als  $E = h \cdot f$  definiert.

### 2.2. Prinzip einer Röntgenröhre

Um Röntgenstrahlen zu erzeugen, werden heutzutage hauptsächlich die 1911 von Julius E. LILIENTELD entwickelten Glühkathodenröhren verwendet [10]. Diese bestehen aus einem evakuierten Glasgefäß, in dem, wie in Abbildung 2.1 gezeigt, eine Glühkathode und eine Anode eingebracht sind. Die Glühkathode kann dabei indirekt über einen getrennten

## 2. Theoretische Grundlagen

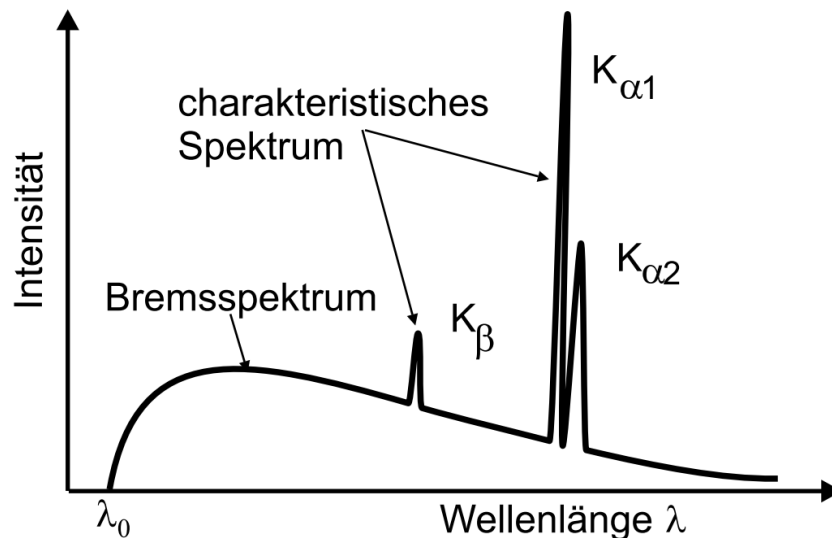


**Abb. 2.1.:** Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre. An einer Glühkathode werden durch eine Heizspannung  $U_H$  Elektronen ausgelöst, welche aufgrund einer angelegten Beschleunigungsspannung  $U_B$  zur Anode beschleunigt werden. Dort entsteht durch das Auftreffen der Elektronen Röntgenstrahlung der Energie  $h \cdot f$ .

Heizstromkreis mit einer Wolfram Glühwendel oder direkt, indem die Kathode selbst als Heizdraht fungiert, durch Anlegen einer Heizspannung  $U_H$ , erhitzt werden. Durch den EDISON-RICHARDSON-Effekt [11] kommt es bei Temperaturen über 900 K dazu, dass die Elektronen aufgrund ihrer thermischen Energie die charakteristische Austrittsarbeit des Kathodenmaterials überwinden können und sich als negative Raumladungswolke um die Kathode ansammeln. Eine angelegte Beschleunigungsspannung  $U_B$  zwischen der Kathode und der Anode sorgt dann dafür, dass die Elektronen von der Kathode zur positiv geladenen Anode beschleunigt werden. Die Elektronen erhalten dabei eine maximale Energie von  $E = e \cdot U$ , wobei  $e$  der Elementarladung entspricht. Beim Einschlagen der Elektronen in das Anodenmaterial werden diese abgebremst. Dabei wird die kinetische Energie in Strahlungsenergie der entstehenden Röntgenstrahlung und thermische Energie umgewandelt. Da hierbei zu 98-99 % Wärme entsteht, muss die Anode währenddessen zwangsläufig gekühlt werden. Die Röntgenstrahlung kann dann durch ein dafür vorgesehenes Fenster aus der Röhre austreten.

## 2.3. Das Röntgenspektrum

Bei der Arbeit mit einer Röntgenröhre entstehen drei verschiedene Arten von Strahlung. Die Brems- und die charakteristische Strahlung, welche als Röntgenstrahlung identifiziert werden können, und die Lilienfeldstrahlung. Das entstehende Röntgenspektrum, welches schematisch in Abbildung 2.2 abgebildet ist, besteht daher aus zwei Teilspektren, dem Brems- und dem charakteristischen Spektrum.



**Abb. 2.2.:** Schematische Darstellung eines Röntgenspektrums, bestehend aus einem kontinuierlichen Bremspektrum und einem diskreten, charakteristischem Spektrum.

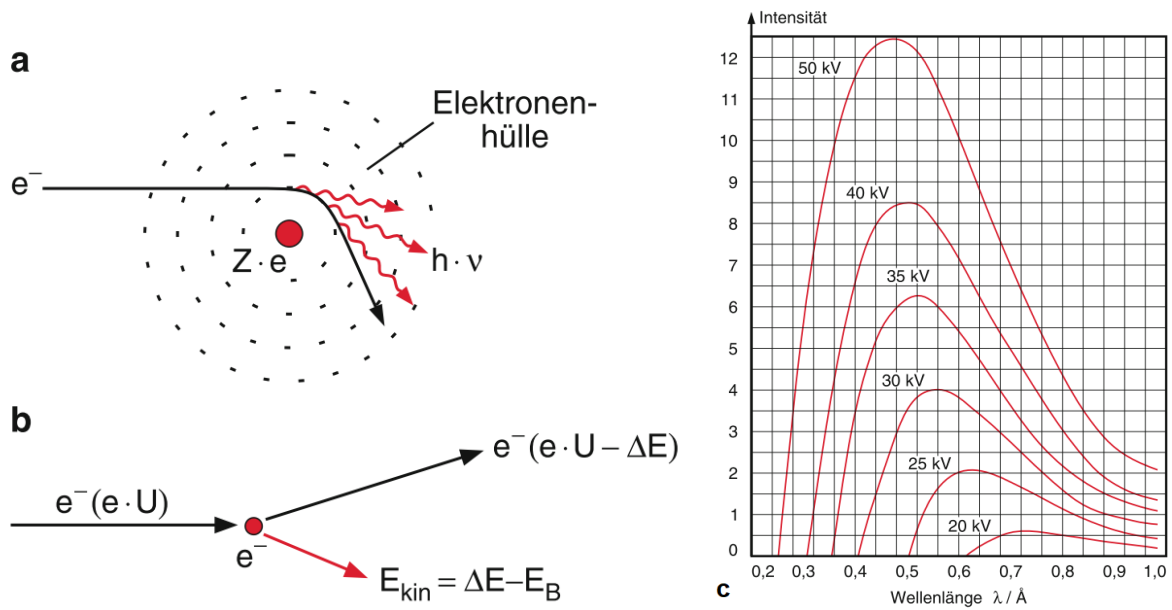
© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2019, L. Spieß et al. [12, S. 8]

### 2.3.1. Die Bremsstrahlung

Bei der Bremsstrahlung handelt es sich um ein kontinuierliches Spektrum, welches entsteht, wenn die Elektronen beim Auftreffen auf die Anode abgebremst werden. Dabei wird ihre kinetische Energie teilweise in Bremsstrahlung umgewandelt. Dies geschieht, wenn sie durch das Coulombfeld der Kerne vom Anodenmaterial abgelenkt werden und dabei, da es sich um eine beschleunigte Ladung handelt, Strahlung aussenden. Da das überwiegend senkrecht zur Beschleunigungsrichtung passiert, ist die Antikathode meist unter einem Winkel von  $45^\circ$  abgeflacht, um eine ideale Reflexion der Strahlung zu erzielen.

Die Elektronen können jedoch auch Energie verlieren, indem sie mit den Elektronen der Atome des Anodenmaterials stoßen und dabei kinetische Energie an ein Hüllenelektron übertragen, wobei es auch zu charakteristischer Strahlung kommen kann, wenn die Ener-

## 2. Theoretische Grundlagen



**Abb. 2.3.:** a) Entstehung von Bremsstrahlung durch Ablenkung im Coulombpotential der Kerne. b) Inelastischer Stoß zwischen ankommenden Elektronen und Hüllenelektronen des Anodenmaterials. c) Intensitätsverteilung des Spektrums einer Wolframanode bei verschiedenen Spannungen  $U$ .

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016, W. Demtröder [13, S. 234-235]

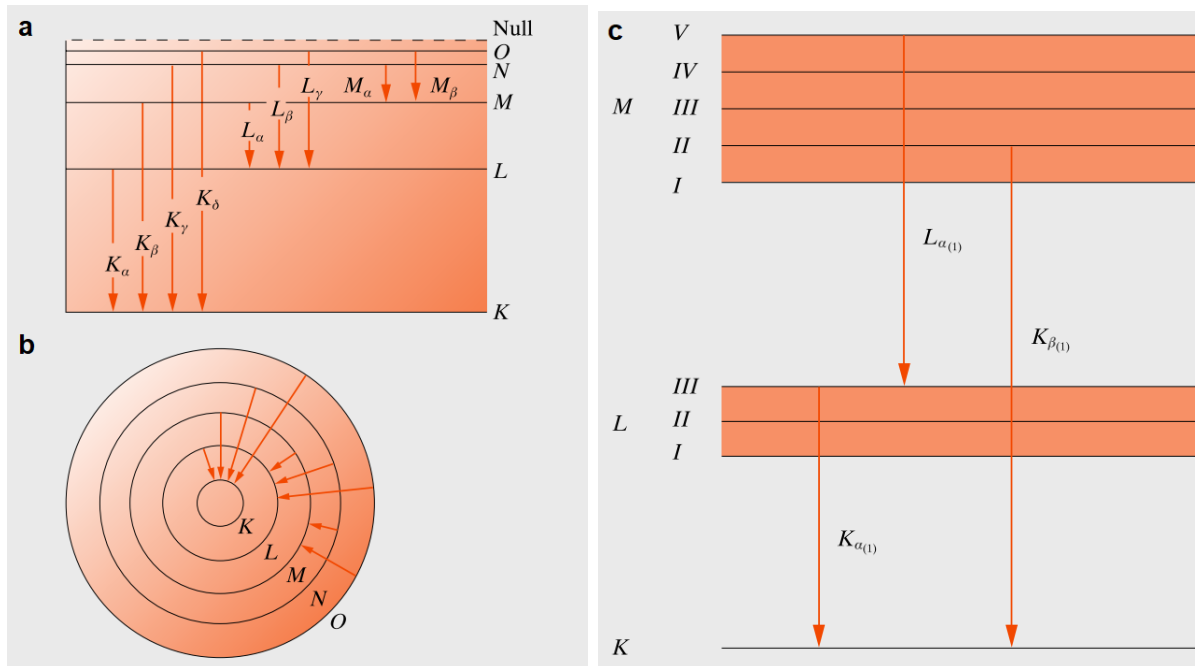
gieübertragung hoch genug ist. Bei diesen beiden Möglichkeiten, wie sie in Abbildung 2.3 dargestellt sind, wird die Energie meistens in mehreren Schritten in Strahlung umgewandelt.

Es handelt sich daher um ein kontinuierliches Spektrum, da Röntgenphotonen mit beliebigen Energien erzeugt werden können. Die obere Grenze für die Photonenergie ist dabei nur durch die Beschleunigungsspannung festgelegt, da maximal die gesamte kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  der einfallenden Elektronen in Strahlungsenergie  $E_{\text{Strahlung}}$  umgewandelt werden kann. Das Spektrum bricht dabei nach dem Gesetz von DUANE-HUNT [14] bei einer Grenzwellenlänge  $\lambda_0$  ab:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin}} &= E_{\text{elektr.}} = E_{\text{Strahlung}} \\
 \Leftrightarrow \frac{m_{\text{Elektron}}}{2} \cdot v^2 &= e \cdot U_B = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \\
 \Leftrightarrow \lambda_0 &= \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B}.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Diese Grenzwellenlänge  $\lambda_0$  ist ein Maß für die Durchdringungsfähigkeit der Strahlung. Beispielhaft sind die unterschiedlichen Verläufe für verschiedene Beschleunigungsspannungen in Abbildung 2.3 zu sehen. Allgemein ist das Bremsspektrum hauptsächlich von





**Abb. 2.4.:** Deutung der  $K$ -,  $L$ -,  $M$ -, ... Serien des charakteristischen Röntgenspektrums im Termschema (a) und dem Schalenmodell des Atoms (b), sowie Verdeutlichung der Untergruppen der  $L$ - und  $M$ -Serie (c).

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015, D. Meschede (Hrsg.) [16, S. 838]

der Beschleunigungsspannung und kaum vom Anodenmaterial abhängig.

### 2.3.2. Die charakteristische Strahlung

Sind die Elektronenenergien hinreichend hoch, so wird das Bremsspektrum durch ein diskretes Linienspektrum, die charakteristische Strahlung überlagert. Diese entsteht, wenn beim Stoßvorgang zwischen den ankommenden und den Hüllenelektronen ein Hüllenelektron angeregt wird. Dabei kann es entweder dazu kommen, dass ein Elektron in die höherliegenden Energiezustände (höhere Schalen im BOHR-SOMMERFELDSCHEN-Atommodell [15]) gehoben wird und beim Rückfall in das niedrigere Niveau Strahlung in Form von Fluoreszenz aussendet oder dass es zur Ionisation kommt, also das Elektron aus dem Atom herausgeschlagen wird und ein Elektronenloch entsteht. Dieses wird dann durch ein Elektron aus einem höheren Energieniveau aufgefüllt, wodurch ebenfalls Strahlungsenergie frei wird. Hierbei hängt die freiwerdende Energie jeweils von den verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der Energieniveaus von Elektronen in höheren Schalen und Löchern in tieferen Schalen, die durch die Elektronen aufgefüllt werden, ab. Für jedes chemische Element gibt es nach dem BOHR-SOMMERFELDSCHEN-Atommodell  $n$  Haupt-

## 2. Theoretische Grundlagen

schalen, die je mit maximal  $2n^2$  Elektronen gefüllt sein können. Diese Schalen werden nach dem PAULI-Prinzip [17] besetzt, welches besagt, dass es keine 2 Elektronen gibt, die in allen vier Quantenzahlen übereinstimmen. Demnach gibt es auf der ersten Schale ( $n = 1$ ), welche auch als K-Schale bezeichnet wird, maximal 2 Elektronen. Die energetisch nächsthöhere L-Schale ( $n = 2$ ) kann mit maximal 8, die M-Schale ( $n = 3$ ) mit maximal 18 Elektronen besetzt werden. Fällt nun ein Elektron aus einer Schale mit  $n \geq 2$  auf die K-Schale, so bezeichnet man die dabei freiwerdende charakteristische Strahlung, als  $K$ -Serie. Diese wird in die charakteristischen Linien aufgegliedert, je nachdem von welcher Schale der Übergang stattfindet. Die  $K_\alpha$ -Linie entspricht dem Übergang von der L- auf die K-Schale, die  $K_\beta$ -Linie dem von der M- auf die K-Schale (usw.). Analog wird die L-Serie definiert, wenn ein Elektron aus einer Schale mit  $n \geq 3$  auf die L-Schale zurückfällt. Ab der L-Schale kommt es dazu, dass sich zu jeder Schale  $2n - 1$  Untergruppen bilden, wodurch es zu einer feinen Aufspaltung der jeweiligen charakteristischen Linie kommen kann. Dieses Prinzip ist schematisch in Abbildung 2.4 dargestellt. Um die Frequenz  $f$  oder die Wellenlänge  $\lambda$  der  $K_\alpha$ -Linie eines Elements der Ordnungszahl  $Z$  zu bestimmen, kann man den Zusammenhang des MOSELEYSchen Gesetzes [18] verwenden:

$$f_{K_\alpha} = \frac{c}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{3}{4} \cdot R_\infty \cdot c \cdot (Z - 1)^2. \quad (2.2)$$

Dabei ist  $R_\infty = 1.097 \cdot 10^7$  1/m die Rydbergkonstante. Allgemein gilt für die Frequenz  $f$  beim Übergang von der Schale des niedrigeren Energieniveaus mit der Hauptquantenzahl  $n_l$  auf die Schale des höheren Niveaus  $n_h$ :

$$f = R_\infty \cdot (Z - 1)^2 \cdot \left( \frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_h^2} \right). \quad (2.3)$$

### 2.3.3. Die Lilienfeldstrahlung

Beim Betrieb einer Röntgenröhre entsteht neben der Brems- und der charakteristischen Strahlung, welche ins Röntgenspektrum einzuordnen sind, auch eine blaugraue, sichtbare Strahlung. Diese wird als LILIENFELDstrahlung [19] bezeichnet und ist dabei als eine Form der Übergangsstrahlung definiert, welche entsteht, wenn ein geladenes Teilchen beim Durchgang durch Materie zwei Medien mit unterschiedlichen Permittivitäten  $\varepsilon$  passiert. Es handelt sich hierbei nicht um Röntgenstrahlung, sondern um sichtbares Licht.

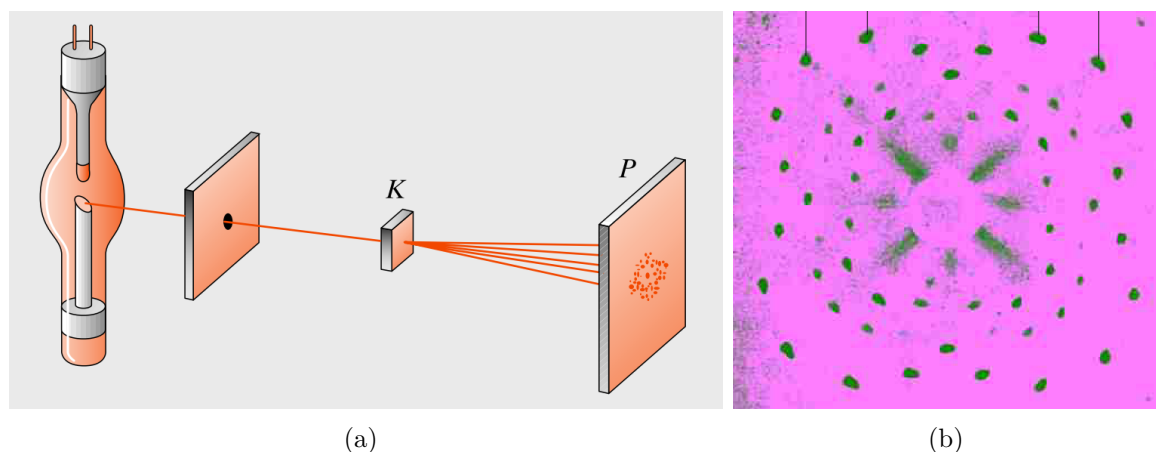
## 2.4. Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie

Da es sich bei Röntgenstrahlung immer um eine Form von Energietransport handelt, bedarf es keiner Materie für die Ausbreitung. Treffen die Strahlen jedoch mit Materie zusammen, so kommt es zu Wechselwirkungen, die Intensität, Energie und Ausbreitungsrichtung der Strahlen verändern können. Die Wechselwirkungen werden allgemein als Streueffekte bezeichnet, die in die *elastische Streuung* und *inelastische Streuung* unterteilt werden. Bei der elastischen Streuung bleibt dabei die Frequenz der ein- und auslaufenden Welle gleich, bei der inelastischen verändert sie sich.

### 2.4.1. Die Röntgenbeugung

Bei der Röntgenbeugung handelt es sich um eine elastische Streuung, bei der Röntgenstrahlen an geordneten Strukturen wie Kristallen gebeugt werden. Da es sich bei der Röntgenstrahlung um elektromagnetische Wellen handelt, müssen sich die gleichen Beugungseigenschaften, die man bei Licht festgestellt hat, wie die Beugung am Gitter, auch bei Röntgenstrahlung abzeichnen. Eine Welle kann sich klassisch durch Beugung in Raumbereiche ausbreiten, die auf direktem Wege durch ein Hindernis versperrt sind. Erklärt wird dies durch das FRESNEL-HUYGENSSche Prinzip [20];[21], welches besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt für eine neue Wellenfront dienen kann. Dadurch kann es bei der Beugung am Gitter zu konstruktiver und destruktiver Interferenz kommen, welches Interferenzmuster liefert. Dabei muss der Abstand der Gitterlinien im Bereich der Wellenlänge  $\lambda$  liegen, um Interferenzerscheinungen zu erzielen. Für Röntgenstrahlung entspricht dies einem Bereich der Größenordnung von 1 pm bis 10 nm. Lange Zeit war es nicht möglich, ein Gitter zu finden, welches eng genug war, um einen experimentellen Nachweis für die Welleneigenschaften der Strahlung zu führen. Max von LAUE gelang es, eine Theorie für einen solchen Nachweis aufzustellen, indem er die Gitterstruktur von Kristallen als Streukörper benutzte. Er hatte die Vermutung, dass der Abstand der Atome in Kristallen in der gleichen Größenordnung liegen müsste, wie die Wellenlänge der Röntgenstrahlung. 1912 konnte diese Theorie gemeinsam mit Walter FRIEDRICH und Paul KNIPPING überprüft werden [22]. Trifft ein fokussierter Röntgenstrahl auf eine Kristallplatte, die parallel zu den Würfel­flächen geschnitten wurde, so entsteht auf einer dahinterliegenden Fotoplatte nicht nur das Bild des Durchstoßpunktes, sondern auch rings herum ein System von Flecken, welches eine vierzählige Symmetrie aufweist, die auf Interferenzerscheinungen zurückzuführen ist. Der Aufbau für dieses Experiment und das

## 2. Theoretische Grundlagen

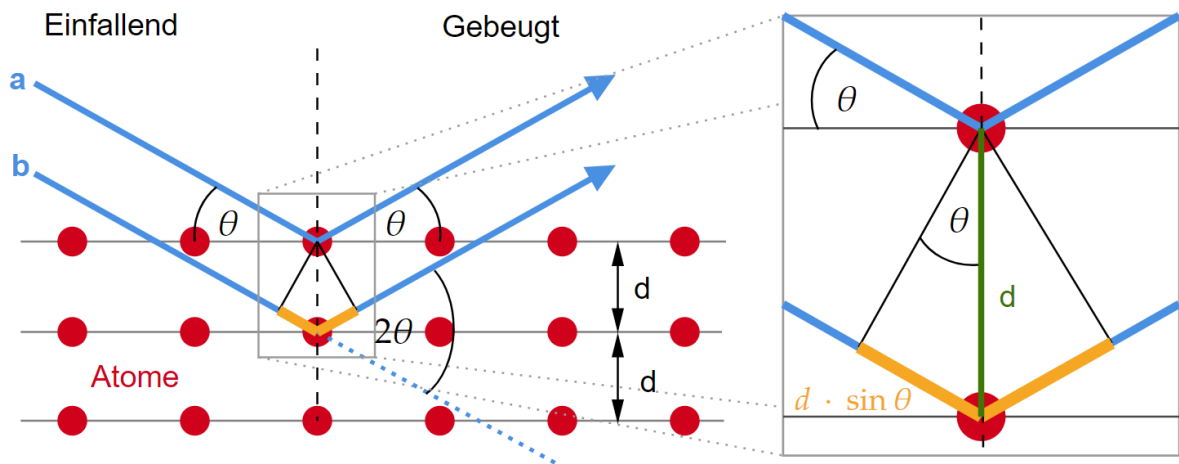


**Abb. 2.5.:** a) Experimentelle Anordnung des Versuchs von v. Laue, Friedrich und Knipping, um die Interferenzerscheinungen der Röntgenstrahlung sichtbar zu machen. b) Laue-Interferenz an einer NaCl-Kristallplatte.  
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015, D. Meschede (Hrsg.) [16, S. 829].

Ergebnis sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Somit konnte experimentell bestätigt werden, dass es sich bei Röntgenstrahlen um elektromagnetische Wellen handelt.

### 2.4.1.1. Die Bragg-Gleichung

Aufbauend auf diesen Arbeiten, untersuchten die britischen Physiker William Henry BRAGG und William Lawrence BRAGG weitergehend, wie die Röntgenbeugung als Verfahren für die Strukturaufklärung von Kristallen eingesetzt werden kann. Sie führten die Röntgenbeugung auf eine Reflexion an den verschiedenen Netzebenen des Gitters zurück [23]. Dieses ist in Abbildung 2.6 veranschaulicht. Hierfür seien die Netzebenen im Abstand  $d$  parallel zueinander ausgerichtet und die Röntgenstrahlen treffen in einen Winkel  $\theta$  auf die Kristalloberfläche auf. Nun wird der einfallende Teilstrahl a an den Atomen der obersten Netzebene reflektiert. Nach dem Reflexionsgesetz bleibt der Ausfallwinkel dabei gegenüber dem Einfallswinkel unverändert. Da es sich bei der Röntgenstrahlung um eine energiereiche Strahlung handelt, kann sie in den Kristall eindringen und der Teilstrahl b kann an der tiefer liegenden Netzebene in gleicher Weise wie der Teilstrahl a reflektiert werden. Jedoch legt Teilstrahl b eine längere Strecke, in der Abbildung 2.6 orange markiert, zurück und es kommt zu einem Gangunterschied  $\Delta s$  zwischen den beiden Strahlengängen. Für diesen gilt nach trigonometrischen Beziehungen  $\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sin \theta$ . Die gebeugten Teilstrahlen sind also um den Gangunterschied phasenverschoben und es kommt zu klassischen Interferenzerscheinungen. Entspricht die Wegdifferenz einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge  $\lambda$ , so kommt es zu konstruktiv verstärkender Interferenz, falls



**Abb. 2.6.:** Schematische Darstellung der geometrischen Interpretation der Röntgenbeugung nach BRAGG.

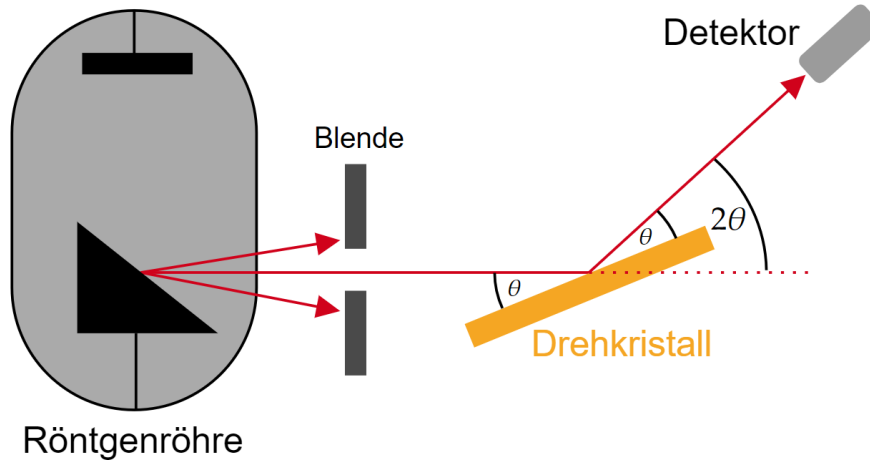
nicht, so wird die Strahlung nur schwach verstärkt beziehungsweise komplett ausgelöscht (destruktive Interferenz). Der Fall der konstruktiven Interferenz wird dabei durch die BRAGG-Gleichung beschrieben:

$$2 \cdot d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda. \quad (2.4)$$

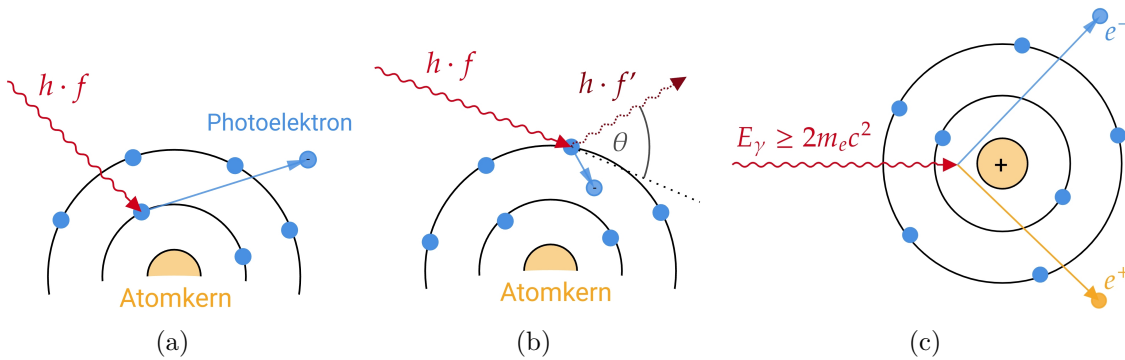
Dabei ist  $n$  die Ordnung der Interferenz. Die BRAGG-Gleichung 2.4 ist eine fundamentale Gleichung im Gebiet der Röntgenbeugung. Sie ist unter anderem Grundlage für die Drehkristallmethode als Röntgenspektroskopieverfahren. In dieser Arbeit wird das Verfahren von de BROGLIE verwendet [24], welches auf der BRAGG'schen Methode aufbaut [23]. Bei diesem wird ein Kristall mit bekanntem Gitterabstand  $d$  unter variierendem Winkel  $\theta$  mit fokussierter Röntgenstrahlung beschossen. Ein Detektor, welcher in einem Kopplungsverhältnis von 2:1 zum Drehkristall eingestellt ist, kann dann eine Intensitätsverteilung  $I(\theta)$  messen, welche mit Gleichung 2.4 in eine Verteilung in Abhängigkeit der Energie beziehungsweise der Wellenlänge  $I(\lambda)$  umgerechnet werden kann. Dieses Verfahren ist in Abbildung 2.7 dargestellt.

### 2.4.2. Photoelektrischer Effekt

Der photoelektrische Effekt [25] beschreibt die Wechselwirkung eines Photons mit Materie, wobei ein Photon absorbiert und ein Elektron aus einer Bindung gelöst wird. Es werden dabei drei Arten des Photoeffekts charakterisiert: Der *äußere photoelektrische Effekt*, wobei Elektronen durch Bestrahlung aus einer Metalloberfläche ausgelöst werden



**Abb. 2.7.:** Darstellung der Drehkristallmethode zur Messung einer Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit der Wellenlänge.



**Abb. 2.8.:** Schematische Darstellung des atomaren Photoeffekts (a), der Comptonstreuung (b) und der Paarbildung (c).

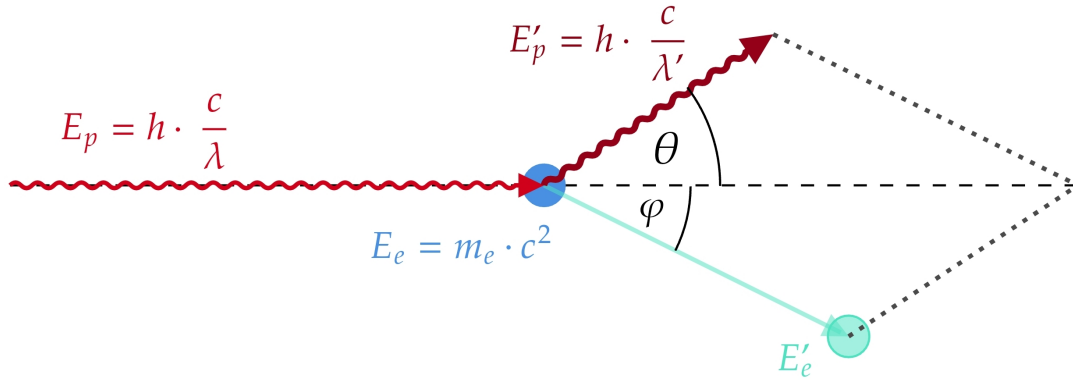
[26], der *innere photoelektrische Effekt*, welcher in Halbleitern die Leitfähigkeit durch Bildung von Elektronen-Loch-Paaren erhöht und die *Photoionisation*, bei der einzelne Atome oder Moleküle durch hochfrequente Strahlung ionisiert werden.

Bei Betrachtung der Röntgenstrahlung ist die Photoionisation, auch als atomarer Photoeffekt bezeichnet, der vorherrschende Effekt. Dabei gibt ein Röntgenquant seine Energie ganz an ein Hüllenelektron des Atoms ab und schlägt es, wenn die Photonenergie ausreichend ist, um die Bindungsenergie des Elektrons zu überwinden, aus dem Atom heraus. Dies ist in Abbildung 2.8 dargestellt.

### 2.4.3. Compton-Effekt

Sind die Strahlungsenergien hoch genug, kann es ebenfalls zu einer Wechselwirkung der Photonen mit den freien Elektronen im Leitungsband kommen. Dabei kommt es zu ei-

## 2.4. Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie



**Abb. 2.9.:** Vektorielle Darstellung des Stoßprozesses von Röntgenphoton und Elektron beim Compton-Effekt.

dem Stoßvorgang zwischen dem Röntgenphoton und dem Elektron der Materie, wobei das Elektron, welches vorher als ruhend angenommen wird, einen Teil der Energie des Photons in Form von kinetischer Energie übertragen bekommt. Das Photon verringert seine Energie, was zu einer Wellenlängenzunahme führt. Dieser Vorgang, welcher in Abbildung 2.8 veranschaulicht ist, wird als COMPTON-Streuung bezeichnet. Die dabei stattfindende Wellenlängenänderung  $\Delta\lambda$  des Röntgenphotons lässt sich durch Betrachtung der Energie- und Impulserhaltung vor und nach dem Stoß bestimmen. Für eine klassische elektromagnetische Welle gilt dabei für den Zusammenhang zwischen Energie  $E$  und Impuls  $p$ :

$$E = p \cdot c. \quad (2.5)$$

Für den Impuls eines Photons folgt:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Betrachtet man nun, wie in Abbildung 2.9 skizziert, ein Röntgenphoton, welches vor dem Stoß den Impuls  $p_p = \frac{h}{\lambda}$  und nach dem Stoß  $p'_p = \frac{h}{\lambda'}$  besitzt und ein Elektron, welches nach Annahme vorher ruht ( $p_e = 0$ ) und nachher den Impuls  $p'_e$  inne hat. Dann ergibt sich die COMPTON-Gleichung, wie in Abschnitt A.1 hergeleitet, zu:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta). \quad (2.7)$$

Die Zunahme der Wellenlänge bei der Compton-Streuung hängt somit also nur vom Streuwinkel  $\theta$  und nicht von der Wellenlänge  $\lambda$  der einfallenden Strahlung ab. Die Konstante

## 2. Theoretische Grundlagen

$h/(m_e c)$  wird dabei als Compton-Wellenlänge definiert und es gilt:

$$\lambda_{\text{Compton}} = \frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2.426 \text{ pm} . \quad (2.8)$$

### 2.4.4. Paarbildung

Überschreitet die Energie des Röntgenquants die der doppelten Ruheenergie eines Elektrons ( $2 \cdot m_e \cdot c^2$ ), dann tritt ein weiterer Prozess auf. Bei diesem Vorgang bildet sich aus der Strahlungsenergie ein sogenanntes Elektron-Positron-Paar, weswegen er auch als Paarbildung bezeichnet wird (siehe auch Abbildung 2.8). Die überschüssige Energie des Photons, die nicht für die Ruheenergie von Elektron und Positron aufgewendet werden muss, wird in Form von kinetischer Energie übertragen, wodurch das Paar nur eine begrenzte Lebensdauer hat. Der zu diesem Vorgang umgekehrte Prozess wird als Paarvernichtung bezeichnet. Hier wechselwirkt das Positron mit einem gewöhnlichen Elektron, wobei zwei Vernichtungsquanten mit einer Energie von je etwa 500 eV emittiert werden.

### 2.4.5. Absorption von Röntgenstrahlung

Für Anwendungen der Röntgenstrahlung ist das Phänomen der Abschwächung der Röntgenstrahlung beim Durchgang durch Materie sehr bedeutend. Auf diesem Prinzip basiert zum Beispiel das Röntgen beim Arzt. Der Intensitätsverlust beim Durchgang von Röntgenstrahlung mit der Ausgangsintensität  $I_0$  durch ein Medium der Schichtdicke  $x$  wird durch das LAMBERT-BEER-Gesetz [27];[28] beschrieben:

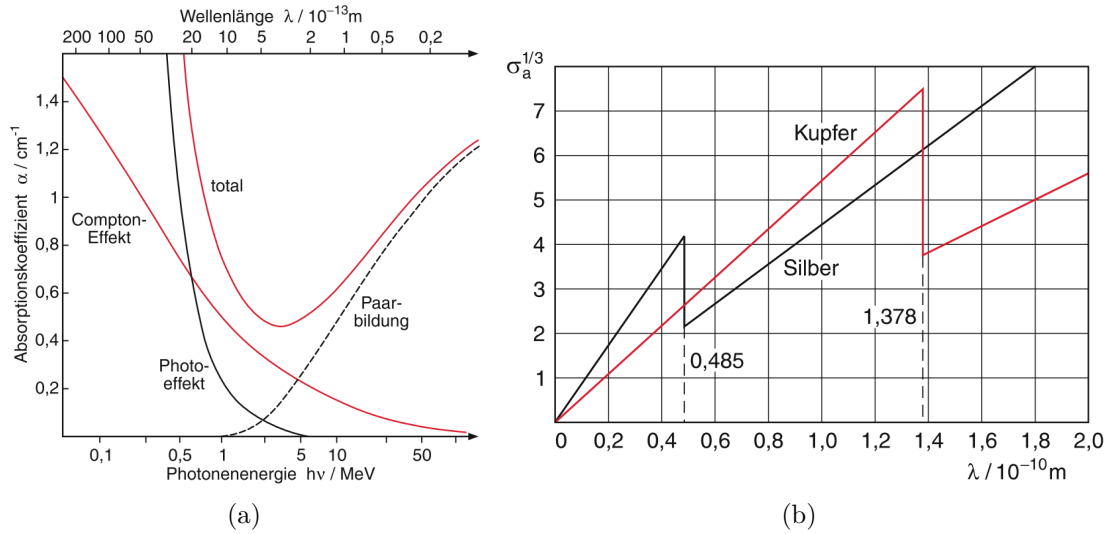
$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} . \quad (2.9)$$

Dabei ist  $\mu = \mu_s + \alpha$  der Abschwächungskoeffizient, der sich aus dem Streukoeffizienten  $\mu_s$  und dem Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  zusammensetzt. Somit sind die elastische Streuung, wie sie in Abschnitt 2.4.1 vorgestellt wurde, und die Absorption die Ursache für die Abschwächung. Dabei beruht die Absorption im Wesentlichen auf den drei zuvor vorgestellten Effekten Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarbildung. Der relative Anteil der drei Prozesse am Absorptionskoeffizienten ist in Abbildung 2.10 als Funktion der Quantenenergie der Röntgenstrahlung aufgetragen. Für niedrige Energien unter 0.5 MeV dominiert der Photoeffekt, für hohe Energien über 5 MeV die Paarbildung. Dazwischen überwiegt der Comptoneffekt. Der Absorptionskoeffizient

$$\alpha = n \cdot \sigma_\alpha \quad (2.10)$$



## 2.4. Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie



**Abb. 2.10.:** a) Beiträge von Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarbildung zum Absorptionskoeffizienten von Blei. b) Absorptionskanten von Kupfer und Silber. ©Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016, W. Demtröder [13, S. 237].

wird dabei aus dem Produkt der Teilchenzahldichte  $n$  und dem Absorptionsquerschnitt  $\sigma_\alpha$  gebildet. Häufig wird statt dem Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  auch der Massenabsorptionskoeffizient  $\frac{\alpha}{\rho}$  angegeben. Dieser beschreibt, nach welcher durchstrahlten Massenbelegung pro Flächeneinheit die Intensität der Röntgenstrahlung bei der Absorption in einem Material mit der Dichte  $\rho$  auf  $1/e$  ihres Startwertes gesunken ist. Da nun  $\rho = n \cdot m_A$  gilt, wobei  $m_A$  der Masse eines Atoms und  $n$  der Atomanzahl entsprechen, folgt mit Gleichung 2.10 für den Massenabsorptionskoeffizienten  $\frac{\alpha}{\rho} = \frac{\sigma_\alpha}{m_A}$ . Für den Absorptionsquerschnitt

$$\sigma_\alpha = C \cdot Z^4 \cdot \lambda^3 \quad (2.11)$$

ergibt sich eine starke Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  der Röntgenstrahlung und der Kernladungszahl  $Z$  des Absorbers. Dabei ist  $C$  eine Materialkonstante. Wird nun der Absorptionsquerschnitt über einen größeren Wellenlängenbereich betrachtet, so kann dieser Verlauf mit der Gleichung 2.11 beschrieben werden. Jedoch ist bei bestimmten Wellenlängen eine sprunghafte Änderungen in diesem erkennbar, wie in Abbildung 2.10 ersichtlich. Diese Änderungen werden als Absorptionskanten bezeichnet und sind charakteristisch für das jeweilige Absorbermaterial. Die Energie der Kanten entspricht dabei jeweils den Ionisierungsenergien der inneren Niveaus in den Absorberatomen. Ursache für diese Sprünge ist die Tatsache, dass bei kleinen Energien  $h \cdot f$  nur Elektronen aus der obersten Schale mit dem niedrigsten Energieniveau ionisiert werden können. Mit zunehmender Frequenz  $f$  der Röntgenstrahlung reicht die Energie aus, um Elektronen der nächst tieferliegenden

## 2. Theoretische Grundlagen

Schale in unbesetzte, höhere Energiezustände zu heben oder das Atom zu ionisieren. Die Energie  $h \cdot f_k$ , bei der dies gerade möglich ist, entspricht der Ionisierungsenergie der  $k$ -ten Schale. Daher tragen bei Frequenzen  $f \geq f_k$  mehr Elektronen zur Absorption bei und es kommt zu einer plötzlichen Vergrößerung des Absorptionskoeffizienten. Dies wiederholt sich, sobald die Energie erneut ausreicht, um eine energetisch höhere Schale zu erreichen.

### 2.4.6. Transmission

Unter der Transmission  $T$  wird allgemein die Durchlässigkeit eines Mediums für eine elektromagnetische Welle verstanden. Die Ursache dafür ist, dass eine Welle beim Auftreffen reflektiert und beim Durchgang durch ein Material ganz oder teilweise absorbiert werden kann und somit die Intensität  $I$  nach Passieren des Absorbers geringer ausfällt, als die Intensität  $I_0$  vorher. Es gilt:

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (2.12)$$

Die Transmission ist dabei eine Materialeigenschaft und unter anderem abhängig von der Dicke des Mediums und der Wellenlänge  $\lambda$  der Strahlung.

Über die Transmission lässt sich experimentell die mittlere Wellenlänge der transmittierten Strahlung aus dem Transmissionsgrad bestimmen. Dazu muss zunächst über die Zählraten bei einer Messung mit ( $N_{\text{mit}}$ ) und ohne Absorber ( $N_{\text{ohne}}$ ) die Transmission bestimmt werden:

$$T = \frac{N_{\text{mit}}}{N_{\text{ohne}}}. \quad (2.13)$$

Dabei wird die gemessene Zählrate durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\lambda) = \frac{dN}{d\lambda}$  bestimmt, was bedeutet, dass es statistische Schwankungen gibt, wie viele Photonen mit einer bestimmten Wellenlänge in der Strahlung enthalten sind. Allgemein ist eine Wahrscheinlichkeitsfunktion durch  $\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$  normiert und der Erwartungs- oder Mittelwert ist durch  $\mathbb{E}(x) = \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx$  festgelegt. Bei der Messung der Zählraten ist die Verteilung generell nicht normiert. Daher ergibt sich die mittlere Wellenlänge durch Normierung mit der Zählrate vor der Transmission  $N_{\text{ohne}} = \int_0^{\infty} \frac{dN}{d\lambda} d\lambda$ :

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \lambda \cdot \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}. \quad (2.14)$$

Bei Bestimmung der Transmission für monochromatische Strahlung, welche zum Beispiel durch Verwendung der Drehkristallmethode erzeugt werden kann, ergibt sich eine Transmissionskurve  $T(\lambda)$  in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$ . Für diese ist für kleine Wel-

#### 2.4. Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie

lenlängenbereiche ein linearen Zusammenhang anzunehmen. Es gilt dann:

$$T(\lambda) = m \cdot \lambda + n. \quad (2.15)$$

Somit folgt aus Gleichung 2.13 und 2.15:

$$T \cdot N_{\text{ohne}} = N_{\text{mit}}$$

$$\Leftrightarrow (m \cdot \lambda + n) \cdot N_{\text{ohne}} = N_{\text{mit}} \quad (2.16)$$

Wird nun ein Spektrum von Röntgenstrahlen betrachtet und nicht nur eine bestimmte Wellenlänge, so bestimmt sich die Transmission ebenso durch 2.13, wobei es sich nun jedoch um die mittlere Transmission  $\langle T \rangle$  handelt. Es ergibt sich dabei mit den oben behandelten Gleichungen:

$$\begin{aligned} \langle T(\lambda) \rangle &\stackrel{2.16}{=} \frac{\int (m \cdot \lambda + n) \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &= \frac{\int m \cdot \lambda \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} + \frac{n \int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &= m \cdot \frac{\int \lambda \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} + n \cdot \frac{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &\stackrel{2.14}{=} m \cdot \langle \lambda \rangle + n \\ &\stackrel{2.15}{=} T(\langle \lambda \rangle). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Das heißt, der gemessene mittlere Wert für die Transmission des Spektrums entspricht dem Wert der zuvor bestimmten Transmissionskurve für die mittlere Wellenlänge  $\langle \lambda \rangle$  des Spektrums. Folglich kann durch den Transmissionsgrad auf die mittlere Wellenlänge des Spektrums geschlossen werden, wenn zuvor der Transmissionsgrad in Abhängigkeit der Wellenlänge bestimmt wurde. Dieses Prinzip bleibt auch erhalten, wenn sich die mittlere Wellenlänge durch Wechselwirkungsprozesse, wie beispielsweise den Compton-Effekt,

## 2. Theoretische Grundlagen

erhöht auf  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ . In diesem Fall gilt dann:

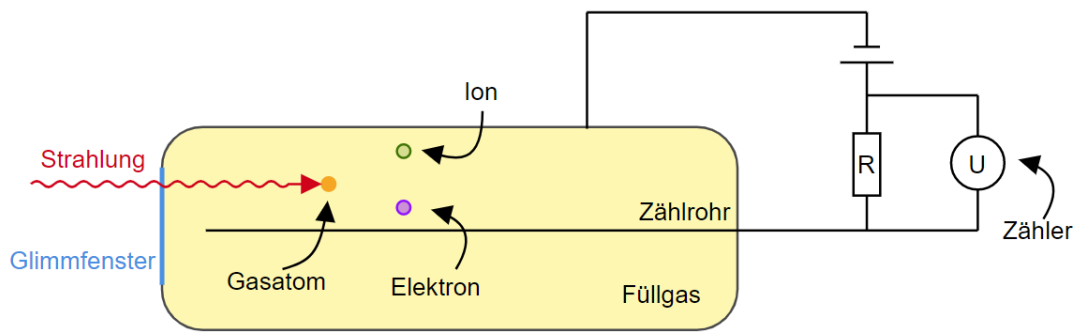
$$\begin{aligned} \langle T(\lambda + \Delta\lambda) \rangle &\stackrel{2.16}{=} \frac{\int (m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) + n) \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &= \frac{\int m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} + \frac{\int n \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &= m \cdot \left( \frac{\int \lambda \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} + \Delta\lambda \frac{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \right) + n \cdot \frac{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda}{\int \frac{dN}{d\lambda} d\lambda} \\ &\stackrel{2.14}{=} m \cdot (\langle \lambda \rangle + \Delta\lambda) + n \\ &\stackrel{2.15}{=} T(\langle \lambda \rangle + \Delta\lambda). \end{aligned} \tag{2.18}$$

## 2.5. Detektion von Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung lässt sich über verschiedene Wege detektieren. Der klassische Weg, wie RÖNTGEN ihn nutzte, ist die Schwärzung von fotografischen Filmen. In diesen Filmschichten wird Silberbromid eingelagert, wobei das Bromion durch Wechselwirkung mit hochfrequenter Strahlung ein Elektron abgibt und zu elementarem Brom umgewandelt wird. Das freigewordene Elektron kann dann mit dem Silberion zu atomarem Silber rekombinieren. Dies ist dann als latente Schwärzung in der Fotoplatte zu erkennen. Ein Nachteil ist, dass man nur eine qualitative und keine quantitative Aussage über die Röntgenstrahlung erhält. Um Informationen über die Zählrate  $n$  zu erhalten, muss auf gasgefüllte Detektoren zurückgegriffen werden.

### 2.5.1. Das Geiger-Müller-Zählrohr

Beim GEIGER-MÜLLER-Zählrohr [29] handelt es sich um einen solchen, gasgefüllten Detektor. Das Grundprinzip ist hierbei die Ionisation des Gases durch Herausschlagen von äußeren Hüllenelektronen. Trifft Röntgenstrahlung mit der Energie  $h \cdot f$  auf die Gasatome mit einer mittleren Ionisierungsenergie  $\overline{E}_i$ , so wird eine Anzahl  $n$  der Atome im Mittel ionisiert. Dabei wird ein Elektron-Ion-Paar erzeugt. Die Differenz aus Strahlungs- und Ionisationsenergie wird in Form von kinetischer Energie an das Elektron weitergegeben, wodurch es im Gasvolumen weitere Elektron-Ion-Paare bilden kann, bis die verbleibende kinetische Energie aufgebraucht ist. Dabei entstehen weitere Elektronen und es kommt zu einem Lawineneffekt. Wird nun an das Gasvolumen eine Hochspannung angelegt, wie in Abbildung 2.11 dargestellt, dann fließen die Elektronen in Richtung der positiven Anode, dem Zählrohr im Inneren des Rohres und die Ionen in Richtung der negativen Kathode, dem Metallzylinder. Dadurch entsteht ein Entladestrom und die Elektronen



**Abb. 2.11.:** Schematische Darstellung eines Geiger-Müller-Zählrohrs.

und Ionen werden getrennt. Der entstehende Spannungsimpuls erzeugt dann entweder in einem Lautsprecher ein Knacken oder kann von einer Zählereinheit registriert werden. An einem zusätzlich angebrachten, großen Widerstand  $R$  kann die Spannung dann schnell abfallen, sodass kein Entladestrom mehr fließt. Dies ist notwendig, damit das Zählrohr bereit ist, einen neuen einfallenden Quanten zu detektieren. Die Zeit, die währenddessen vergeht und in der keine einfallenden Photonen gemessen werden können, wird als Totzeit  $\tau$  bezeichnet. Dies muss bei Messungen der Zählrate beachtet werden. Ist  $n$  die Zählrate, die durch das Zählrohr bestimmt wurde, dann ist die tatsächliche Zählrate  $N$  höher, da eben in der Totzeit keine Strahlung detektiert werden konnte. Es gilt:

$$N = \frac{n}{1 - \tau \cdot n}. \quad (2.19)$$

### 2.5.2. Prinzip eines Goniometers

Mit einem Goniometer lassen sich die zu untersuchende Probe und der Detektor definiert zueinander bewegen. Je nach Aufbau ermöglicht es Messungen in einer Ebene, bei sogenannten Zweikreis-Goniometern, oder im ganzen Raum bei Vier-Kreis-Goniometern. In dieser Arbeit wird ein *Theta-2 Theta-Zweikreisgoniometer* verwendet, welches dadurch gekennzeichnet ist, dass die Röhreneinheit fest ist und sich die Probe mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um eine Achse und der Detektor sich mit einer eigenen Geschwindigkeit auf einer zweiten Kreisbahn dreht. Meist wird der Detektor sich mit der Geschwindigkeit  $2\omega$  bewegen, um eine 2:1 Kopplung zwischen Detektor und Probe zu gewährleisten, wie sie für die Bragg-Messung vorausgesetzt wird (vgl. Kapitel 2.4.1.1). Dieses Prinzip ist in Abbildung 2.7 veranschaulicht. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, nur einen der beiden Goniometerarme zu bewegen und Probe oder Detektor unter einem festen Winkel  $\theta$  ruhen zu lassen.



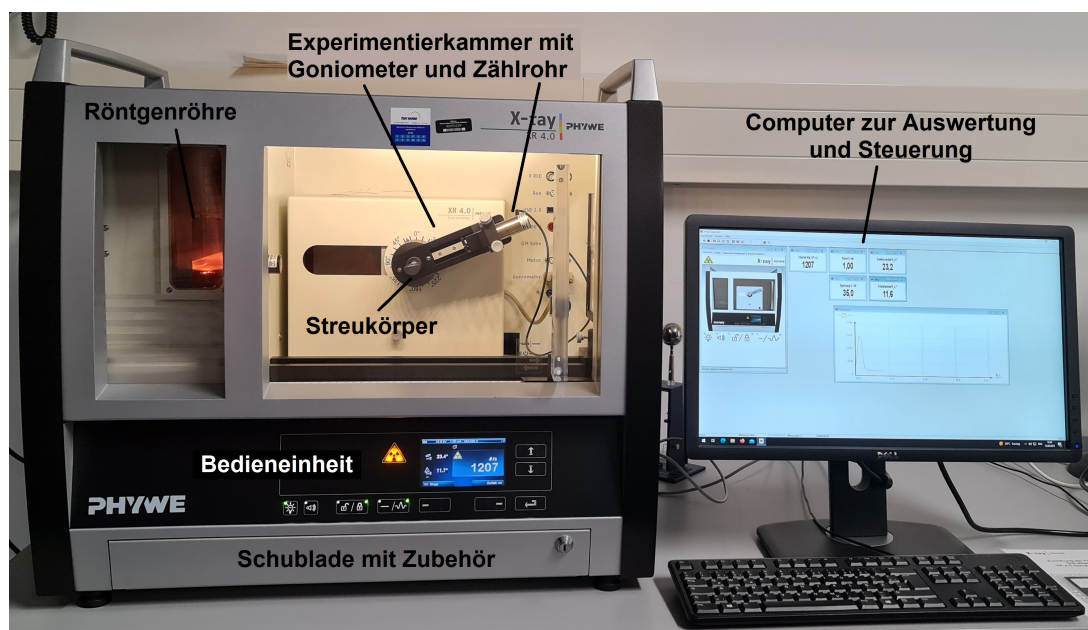
## 3. Versuch zum Compton Effekt

In dieser Arbeit wird ein Praktikumsversuch zum Compton-Effekt mit Röntgenstrahlung ausgearbeitet. Der vorgestellte Versuch basiert auf einer Grundidee der Firma PHYWE, welche mit einer von Robert Wichard POHL entwickelten Versuchsanordnung die Wellenlängenänderung aufgrund der Comptonstreuung über das Transmissionsverhalten der Röntgenstrahlung bestimmt [vgl. [30] und [31, S. 290]].

### 3.1. Das Röntgenvollschutzgerät

Es wird mit einem Röntgenvollschutzgerät der Firma PHYWE, wie in Abbildung 3.1 zu sehen, gearbeitet, welches extra für den experimentellen Betrieb in Schulen und Universitäten ausgelegt ist. In das vollautonome Gerät können über einen Einschub vier verschiedene Röntgenröhren mit unterschiedlichen Anodenmaterialien eingebracht werden, die jeweils mit einer Spannung zwischen 5 – 35 kV und einem Emissionsstrom von 0 – 1 mA betrieben werden. In dem hier vorgestellten Versuch werden die Anodenmaterialien Eisen, Kupfer und Molybdän verwendet. Die Röntgenstrahlung gelangt dann über eine Strahlaustrittsöffnung in den Experimentierraum, wo ein Goniometer mit Streukörper und Zählrohr positioniert ist, um verschiedene Messungen durchführen zu können. Dabei besteht die Möglichkeit, die Probe in einem Winkelbereich von  $0^\circ$  –  $360^\circ$  und das Zählrohr von  $-10^\circ$  bis  $170^\circ$  zu drehen. Die Winkelschrittweite kann dabei zwischen  $0.1^\circ$  und  $10^\circ$  bei einer Integrationszeit von 0.5 – 100 s liegen. Die Totzeit  $\tau$  des Zählrohrs beträgt ungefähr 100  $\mu\text{s}$ . Der Experimentierraum kann über eine Schiebetür aus bleihaltigem Acrylglas geöffnet und verschlossen werden, wobei die Röntgenstrahlung nur bei verriegelter Tür freigegeben wird. Dies wird aus Gründen des Strahlenschutzes über einen mechanischen und zwei elektronische Sicherheitskreisläufe überwacht. Die ausgehende Ortsdosisleistung des gesamten Gerätes bei maximal anliegenden Betriebsparametern beträgt in 10 cm Entfernung weniger als  $1 \mu\text{Sv h}^{-1}$ , weswegen eine Strahlengefährdung stark minimiert wurde und keine weiteren Strahlenschutzmaßnahmen notwendig sind. Gesteuert wird die Einheit entweder über die integrierte Bedieneinheit oder den zusätzlich angeschlossenen Computer, über den die *measure*-Software läuft, die auch zur Auswertung und Speicherung der

### 3. Versuch zum Compton Effekt



**Abb. 3.1.:** Die PHYWE Röntgeneinheit XR 4.0 mit Computer.

aufgenommenen Messdaten verwendet werden kann [32].

## 3.2. Versuchsbeschreibung

In diesem Versuch soll die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  mit Hilfe von Röntgenstrahlen über eine indirekte Methode bestimmt werden. Dazu wird Röntgenstrahlung an einem Plexiglasblock gestreut und die Intensität mittels eines Geiger-Müller-Zählrohres gemessen. Über das Transmissionsverhalten wird dann aus einer zuvor bestimmten Transmissionskurve die Wellenlänge ermittelt.

### 3.2.1. Vorbetrachtungen

Um die maximale Lebensdauer der Röhren nicht negativ zu beeinflussen, ist es, nach Angabe des Herstellers [32], zu Beginn des Versuches notwendig, die Röhre bei einem maximalen Strahlstrom und einer Spannung von unter 25 kV für mindestens 10 Minuten zu betreiben, wenn das Gerät für mehrere Wochen nicht verwendet wurde. Zudem sollte eine Kalibration des Goniometers erfolgen, da dieses, zum Beispiel durch unbeabsichtigtes Anstoßen, dejustiert worden sein könnte. Dies ist zwangsläufig notwendig, wenn bei der Messung festgestellt wird, dass die charakteristischen Linien in der Messung stark vom Referenzwert abweichen. Um die Kalibration durchzuführen, ist sicherzustellen, dass in den Goniometer-Parametern das richtige Kristallmaterial, in diesem Fall Lithiumfluorid,



eingestellt ist.

Für die beiden folgenden Versuchsteile wird die Röntgenröhre mit einem Strom  $I$  von 1 mA und einer Beschleunigungsspannung  $U_B$  von 35 kV betrieben. Diese Parameter können über die Computer-Software eingestellt werden. Notwendige Zubehörteile, wie Absorberplättchen, Bragg-Kristalle, Comptonstreukörper und Reiter für die optische Bank, können der Schublade unter der integrierten Bedieneinheit entnommen werden.

### 3.2.2. Versuchsteil A: Bragg-Streuung

Im ersten Versuchsteil A wird nun die Transmission der Röntgenstrahlung durch ein Absorbermaterial in Abhängigkeit der Wellenlänge bestimmt. Dazu wird ein Aluminiumabsorber mit einer Dicke von 0.08 mm verwendet. Um die Transmission zu bestimmen, wird das Drehkristallverfahren nach de BROGLIE, wie in Abschnitt 2.4.1.1 beschrieben, an einem Lithiumfluorid-Kristall (LiF) mit einer Gitterkonstante  $d = 201.4$  pm eingesetzt. Dabei werden jeweils Messungen der Zählraten  $N(\theta)$  in Abhängigkeit des Bragg-Winkels  $\theta$  mit und ohne Absorber durchgeführt. Bei der Messung mit dem Aluminiumabsorber wird dieser dabei direkt in den Strahlengang der Röntgenstrahlung gebracht. Dafür ist vor dem Zählrohr eine Vorrichtung für das Absorberplättchen befestigt, in welche es eingeführt werden kann (siehe auch Abbildung 3.1). Mit Gleichung 2.13 lässt sich dann die Transmission  $T(\theta)$  in Abhängigkeit des Bragg-Winkels bestimmen, welche mit der Bragg-Gleichung 2.4 als Funktion der Wellenlänge  $T(\lambda)$  angegeben werden kann.

Für die Messungen in diesem Versuchsteil wird eine 2 mm-Blende in die Strahlaustrittsöffnung eingesetzt und das Goniometer in einen 2:1-Kopplungsmodus versetzt. Um sich zunächst ein Bild über das gesamte Röntgenspektrum und das Verfahren der Drehkristallmethode verschaffen zu können, findet als erstes für die Aufbauten mit der Eisen- und Kupferanode eine grobe Messung statt. Dazu wird in einem Winkelbereich des LiF-Kristalls von  $3^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$  mit einer Schrittweite von  $\Delta\theta = 0.5^\circ$  und einer Integrationszeit von  $\Delta t = 5$  s die Zählrate  $N_1$  ohne und  $N_2$  mit Absorber gemessen. Diese Messung ist bei diesen Anodenmaterialien notwendig, um auch höhere Ordnungen der Bragg-Streuung identifizieren zu können, um folgende Messdaten richtig zu interpretieren. Im Anschluss daran wird eine genauere Messung in einem Kristallwinkelbereich von  $5^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$  mit einer Winkeländerung von  $\Delta\theta = 0.2^\circ$  und einer Integrationszeit von  $\Delta t = 30$  s durchgeführt. Es erfolgt wieder eine Messung  $N_3$  ohne und  $N_4$  mit Absorberplatte. Diese Messung soll dann die Transmissionskurve  $T(\lambda)$  in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$  liefern. Die höhere Integrationszeit dient der Vermeidung von statistischen Schwankungen und die Minimierung der Schrittweite einer feineren Auflösung. Die Einschränkung des Winkelbereiches kann dabei durch die ersten beiden Messungen begründet werden. Für die Röntgeneinheit

### 3. Versuch zum Compton Effekt

**Tab. 3.1.:** Parameter für die Messung im Versuchsteil A für die verschiedenen Anodenmaterialien Kupfer (Cu), Eisen (Fe) und Molybdän (Mo).

Messung	Anodenmaterial	Winkelbereich $\theta$ [°]	Schrittweite $\Delta\theta$ [°]	Messzeit $\Delta t$ [s]
$N_1 + N_2$	Cu	3 – 75	0.5	5
	Fe	3 – 75	0.5	5
	Mo	–	–	–
$N_3 + N_4$	Cu	5 – 20	0.2	30
	Fe	5 – 20	0.2	30
	Mo	3 – 25	0.2	30

mit der Molybdänanode wird aufgrund des charakteristischen Spektrums von Molybdän auf die ersten beiden Messungen verzichtet und die Messungen 3 und 4 werden angepasst. Es wird hier in einem Winkelbereich von  $3^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$  mit gleicher Schrittweite von  $\Delta\theta = 0.2^\circ$  und Integrationszeit von  $\Delta t = 30$  s gemessen. Die Parameter, die für die Messung eingestellt werden müssen, sind für die jeweils verwendeten Anodenmaterialien in Tabelle 3.1 aufgetragen.

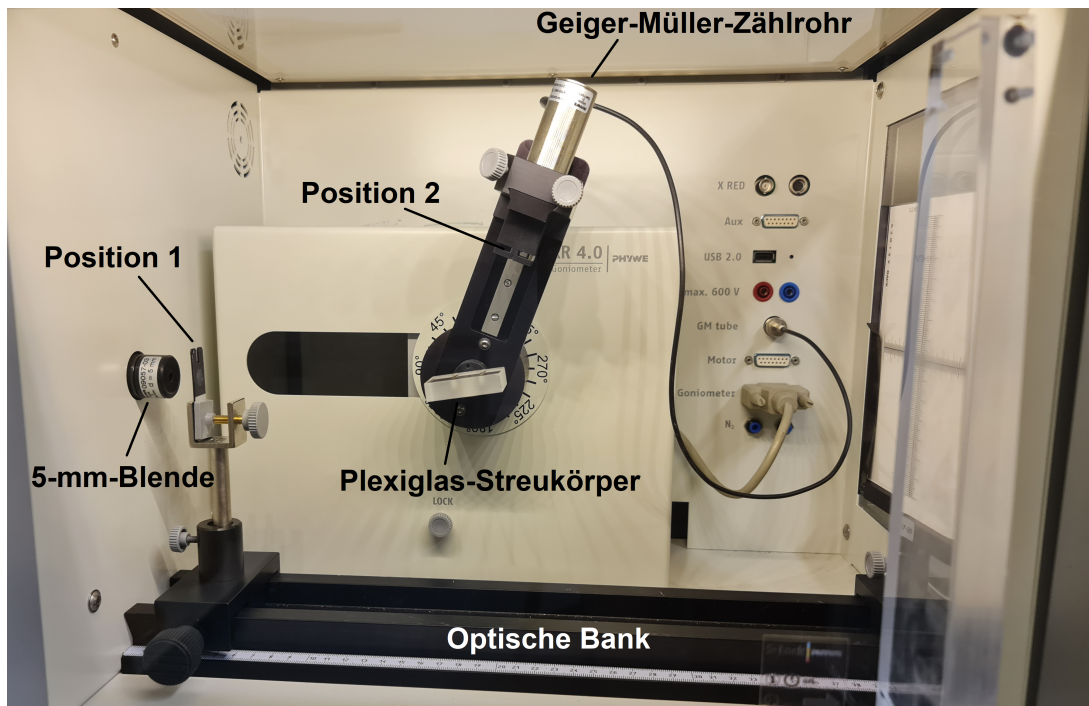
#### 3.2.3. Versuchsteil B: Compton-Effekt

Im zweiten Versuchsteil B findet nun die eigentliche Messung des Compton-Effekts statt. Dazu wird der 5-mm-Blendentubus anstelle des 2-mm-Tubus eingesetzt und der Bragg-Kristall gegen den Compton-Streukörper aus Plexiglas ausgetauscht. Zudem wird die 2:1-Kopplung des Goniometers aufgehoben und der Streukörperarm auf einen festen Winkel von  $10^\circ$  ausgerichtet. Nun finden 3 Messungen statt, wobei der Goniometerarm mit dem Detektor in einen Winkelbereich von  $60^\circ \leq \theta_C \leq 120^\circ$  mit einer Schrittweite  $\Delta\theta_C = 10^\circ$  und einer Integrationszeit  $\Delta t = 100$  s eingestellt wird. Dabei wird die Position des Absorbers variiert, was in Abbildung 3.2 veranschaulicht ist. Bei der Messung  $N_5$  wird die Zählrate ohne Aluminiumabsorber bestimmt. Bei Messung  $N_6$  die Zählrate mit Absorber in Position 1 zwischen Strahlungsquelle und Streukörper und bei Messung  $N_7$  mit Absorber in Position 2 hinter dem Streukörper und vor dem Detektor. Dazu wird der Aluminiumabsorber mithilfe des Reiters für die optische Bank und des Plattenhalters in Position 1 gebracht und für Position 2 in die Führungsschienen vor dem Geiger-Müller-Zählrohr geschoben. Die Parameter für die einzelnen Messungen sind in Tabelle 3.2 aufgelistet.

Mit diesen Messungen der Zählraten bei unterschiedlichen Absorberpositionen lässt sich nun der Transmissionsgrad vor und nach der Streuung bestimmen, woraus mit der Transmissionskurve aus Versuchsteil A die jeweilige Wellenlänge bestimmt werden kann.

**Tab. 3.2.:** Parameter für die Compton-Messung im Versuchsteil B.

Messung	Winkelbereich $\theta_C$ [°]	Schrittweite $\Delta\theta_C$ [°]	Zeit $\Delta t$ [s]	Absorberposition
$N_5$	60 – 120	10	100	–
$N_6$	60 – 120	10	100	1
$N_7$	60 – 120	10	100	2

**Abb. 3.2.:** Versuchsaufbau für die Compton-Messung im Versuchsteil B. Verdeutlicht werden die Absorberpositionen 1 (vor) und 2 (nach dem Streukörper).

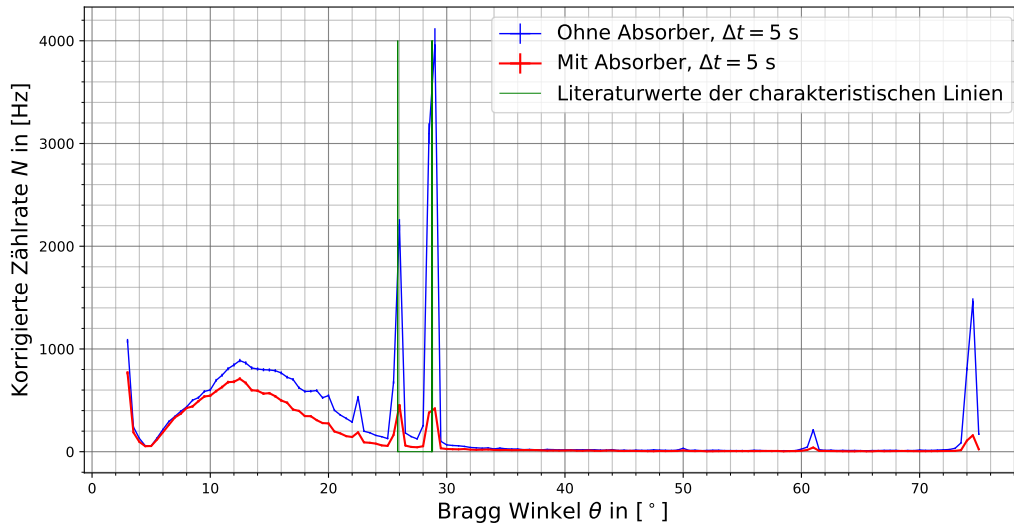
### 3.3. Auswertung

Die hier durchgeführten Versuchsteile basieren alle auf Messungen der Zählraten  $n$  mithilfe eines Geiger-Müller-Zählrohres bei unterschiedlichen Versuchsaufbauten. Für den Fehler der Zählrate gilt dabei für eine Messung mit der Integrationszeit  $\Delta t$ :

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{n \cdot \Delta t}}{\Delta t}. \quad (3.1)$$

Allerdings muss die Zählrate  $n$  aufgrund der Totzeit  $\tau$  des Zählrohres, wie in Abschnitt 2.5.1 erläutert, nach oben korrigiert werden. Dafür gilt Gleichung 2.19 und für den Fehler

### 3. Versuch zum Compton Effekt



**Abb. 3.3.:** Aufgetragen sind die korrigierten Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz der ersten beiden Messungen im Versuchsteil A gegen den Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  für das Anodenmaterial Eisen. Zusätzlich sind die Literaturwerte [33] der charakteristischen Linien zu erkennen.

folgt:

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\sigma_n \cdot \frac{1}{1 - n \cdot \tau}\right)^2 + \left(\sigma_\tau \cdot \left(\frac{n}{1 - n \cdot \tau}\right)^2\right)^2}. \quad (3.2)$$

Dabei wird hier für die Totzeit  $\tau$  der Fehler auf  $\sigma_\tau = 10 \mu\text{s}$  abgeschätzt, da aus der Herstellerangabe die Genauigkeit nicht hervorgeht.

#### 3.3.1. Versuchsteil A

Bei Betrachtung der ersten Messungen  $N_1$  und  $N_2$  ergibt sich für die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit des Braggwinkels  $\theta$  das Röntgenspektrum für die jeweilige Anode. Dies ist in Abbildung 3.3 für die Eisenanode mit entsprechendem Fehler zu sehen. Für den Fehler des Bragg-Winkels wurde  $\sigma_\theta = 0.05^\circ$  angenommen. In den Abbildungen A.1 und A.2 ist dies für Kupfer und Molybdän aufgetragen. Es wird deutlich, dass das Einbringen des Absorbers in den Strahlengang eine deutliche Abnahme der Zählrate verursacht. Zudem sind in den niedrigen Winkelbereichen ( $\theta < 30^\circ$ ) das Bremsspektrum und auch die charakteristischen Linien des jeweiligen Anodenmaterials gut erkennbar. Die abgelesenen charakteristischen Linien für die K-Linien, wie in Kapitel 2.3.2 erklärt, sind in Tabelle 3.3 dargestellt und werden mit den Literaturwerten [33] verglichen. Der Ablesefehler für die Linien aus den Daten entspricht dabei der Winkelschrittweite  $\Delta\theta$ , welche bei der Messung

**Tab. 3.3.:** Die abgelesenen und die Literaturwerte für die charakteristischen Linien der K-Serie für die verschiedenen Anodenmaterialien angegeben als Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  für den hier verwendeten LiF-Kristall.

Anode	Daten	$K_{\alpha_1}$	$K_{\alpha_2}$	$K_{\beta_1}$
Eisen	Literatur	28.73	28.79	25.86
	Messung	$29.0 \pm 0.5$	$29.0 \pm 0.5$	$26.0 \pm 0.5$
Kupfer	Literatur	22.49	22.55	20.22
	Messung	$22.5 \pm 0.5$	$22.5 \pm 0.5$	$20.5 \pm 0.5$
Molybdän	Literatur	10.14	10.20	9.03
	Messung $N_1 + N_2$	$10.5 \pm 0.5$	$10.5 \pm 0.5$	$9.0 \pm 0.5$
	Messung $N_3 + N_4$	$10.2 \pm 0.2$	$10.2 \pm 0.2$	$9.2 \pm 0.2$

eingestellt war, in diesem Fall  $\Delta\theta = 0.5^\circ$ .

Über die Bragg-Gleichung 2.4 lässt sich die Abhängigkeit der Messdaten vom Bragg-Winkel in eine Abhängigkeit der Wellenlänge der Strahlung umrechnen:

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta. \quad (3.3)$$

Für den Fehler  $\sigma_\lambda$  der Wellenlänge gilt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{(\sigma_\theta \cdot 2 \cdot d \cdot \cos \theta)^2}. \quad (3.4)$$

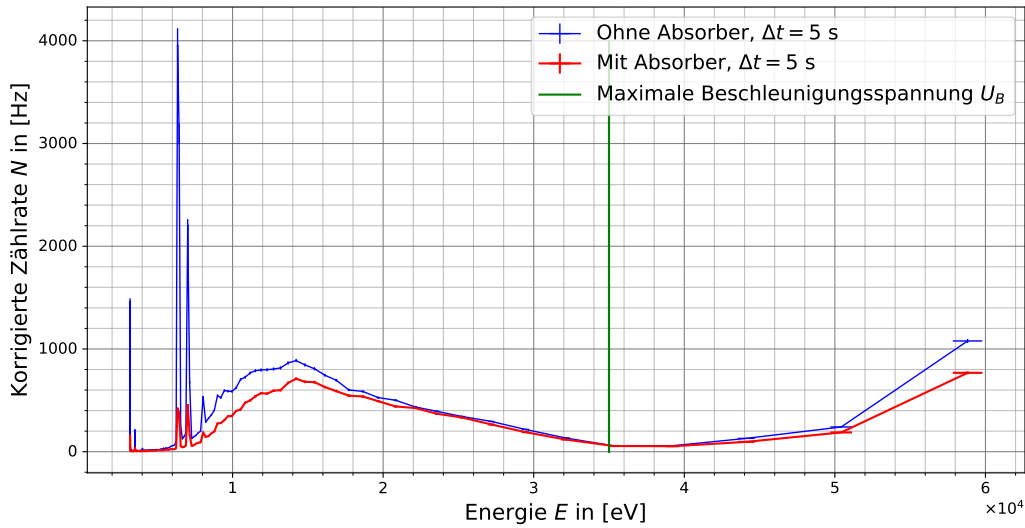
Zu beachten ist dabei, dass der Braggwinkel  $\theta$  sowie der zugehörige Fehler  $\sigma_\theta$  für die Berechnungen im Bogenmaß angegeben werden müssen.

Ebenso lässt sich die Wellenlänge  $\lambda$  über  $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$  in Energie  $E$  umrechnen. Um die Energie in der Einheit eV zu verwenden, wird noch durch die Elementarladung  $e$  geteilt. Für den Fehler gilt ebenfalls nach Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_E = \sqrt{\left(\sigma_\lambda \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda^2 \cdot e}\right)^2}. \quad (3.5)$$

Werden nun die Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  gegen die Energie aufgetragen, wie in Abbildung 3.4 für Eisen (Abbildungen A.3 und A.4 für Kupfer und Molybdän), so ist das Spektrum im Vergleich zur Auftragung gegen den Winkel gespiegelt und gestaucht. Außerdem wird sichtbar, dass die Messdaten für niedrige Winkel beziehungsweise hohe Energien über der maximalen erzielbaren Photonenenergie liegen. Diese ist nach dem Gesetz von DUANE-HUNT (Gleichung 2.1) durch die angelegte Beschleunigungsspannung auf 35 keV begrenzt

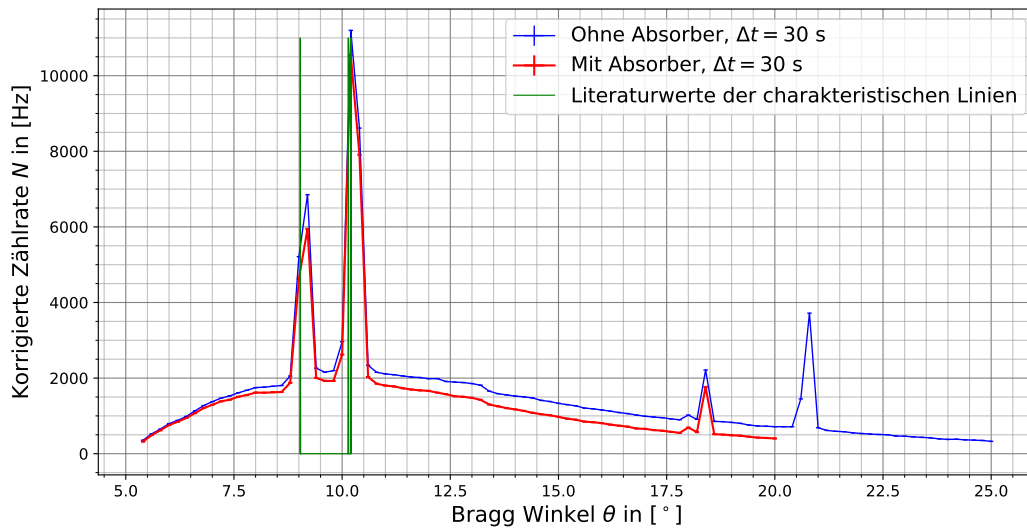
### 3. Versuch zum Compton Effekt



**Abb. 3.4.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz für die Eisenanode in Abhängigkeit der Energie  $E$  in eV. Bei 35 keV ist die maximale Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre grün eingetragen.

und in den Abbildungen grün gekennzeichnet. Die Werte, die über dieser Grenze gemessen werden, sind dadurch zu erklären, dass hier nicht die am Bragg-Kristall gestreute, sondern die direkt durchgehende Strahlung detektiert wurde. Aus diesem Grund sind die Messwerte in diesem Bereich, also mit einer Energie  $E > 35$  keV beziehungsweise einem Braggwinkel  $\theta < 5^\circ$  für weitere Betrachtungen auszuschließen.

Aus didaktischen Gründen (siehe Kapitel 4) wird bei der Molybdänanode die erste Teilmessung der Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  ausgelassen und die Messung von  $N_3$  und  $N_4$  für die Betrachtung des Spektrums verwendet, wie in Abbildung 3.5 zu sehen. Jedoch wurde hier für die Messwerte bei  $10.2^\circ$  und  $10.4^\circ$  auf eine Totzeitkorrektur verzichtet und die unkorrigierte Zählrate aufgetragen, da es zu einer Überkorrektur durch die Ungenauigkeit in der Angabe der Totzeit  $\tau$  kommt. Die gemessene Zählrate  $n_3$  beträgt für den Bragg-Winkel  $\theta = 10.2^\circ$  nämlich 11199 Hz. Nach Gleichung 2.19 ergibt dies bei der Totzeit von  $\tau = 100$   $\mu$ s einen negativen Wert im Zähler, wodurch die korrigierte Zählrate negativ wird (siehe Abbildung A.5). Die gemessene Zählrate liegt also überhalb der maximal möglichen, die ein Zählrohr mit der angegebenen Totzeit auflösen könnte. Diese wäre 9999 Hz, was darauf schließen lässt, dass die Totzeit des Zählrohres niedriger ist als angegeben. Die aus dieser Messung abgelesenen charakteristischen Linien sind ebenfalls in Tabelle 3.3 aufgetragen, wobei der Fehler hier aufgrund der Winkelschrittweite  $\Delta\theta = 0.2^\circ$  beträgt. Für die weiteren Betrachtungen werden für die Molybdänanode die Daten aus diesen Messungen  $N_3$  und



**Abb. 3.5.:** Die Zählraten  $N_3$  und  $N_4$  in Hz der Molybdänanode aufgetragen gegen den Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  mit den Literaturwerten für die charakteristischen Linien.

$N_4$  als Grundlage dienen.

### 3.3.1.1. Berücksichtigung höherer Ordnungen bei der Bragg-Streuung

Wie in den Abbildungen zu erkennen ist, gibt es in der Messung weitere Maxima bei höheren Braggwinkeln beziehungsweise Wellenlängen. Diese können auf höhere Ordnungen der Bragg-Streuung zurückgeführt werden. Für den Winkelbereich  $\theta'$ , der dabei bei der Streuung durch höhere Ordnungen beeinflusst wird, ergibt sich aus der Bragg-Gleichung:

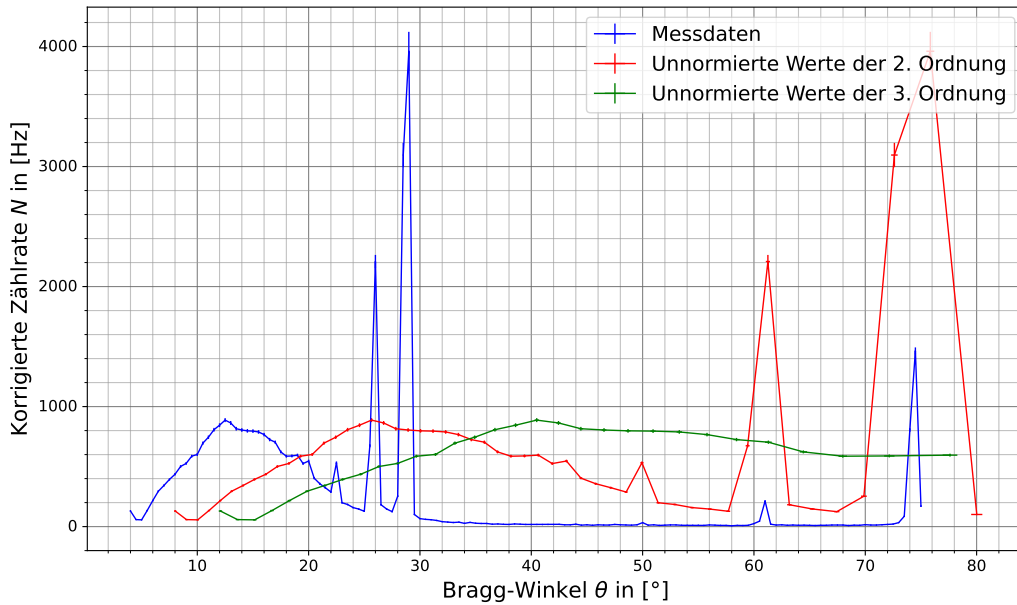
$$\theta' = \arcsin\left(\frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot d}\right) = \arcsin\left(\frac{n \cdot 2 \cdot d \cdot \sin \theta}{2 \cdot d}\right) = \arcsin(n \cdot \sin \theta), \quad (3.6)$$

wobei  $\theta$  dem Winkelbereich der gemessenen Werte entspricht. Der Fehler für den Winkel der höheren Ordnung  $\sigma_{\theta'}$  ergibt sich nach Gauß zu:

$$\sigma_{\theta'} = \sqrt{\left(\sigma_{\theta} \cdot \frac{\cos \theta \cdot n}{\sqrt{1 - (\sin \theta)^2 \cdot n^2}}\right)^2}. \quad (3.7)$$

Dieser Einfluss ist in Abbildung 3.6 für den Aufbau mit der Eisenanode graphisch dargestellt (Abb. A.6 und A.7 für Cu und Mo). Dabei erfolgte in der Zählrate noch keine Normierung, was jedoch notwendig ist, da die höheren Ordnungen mit geringer Wahrscheinlichkeit bei der Braggstreuung auftreten im Vergleich zur ersten. Dies spiegelt sich

### 3. Versuch zum Compton Effekt



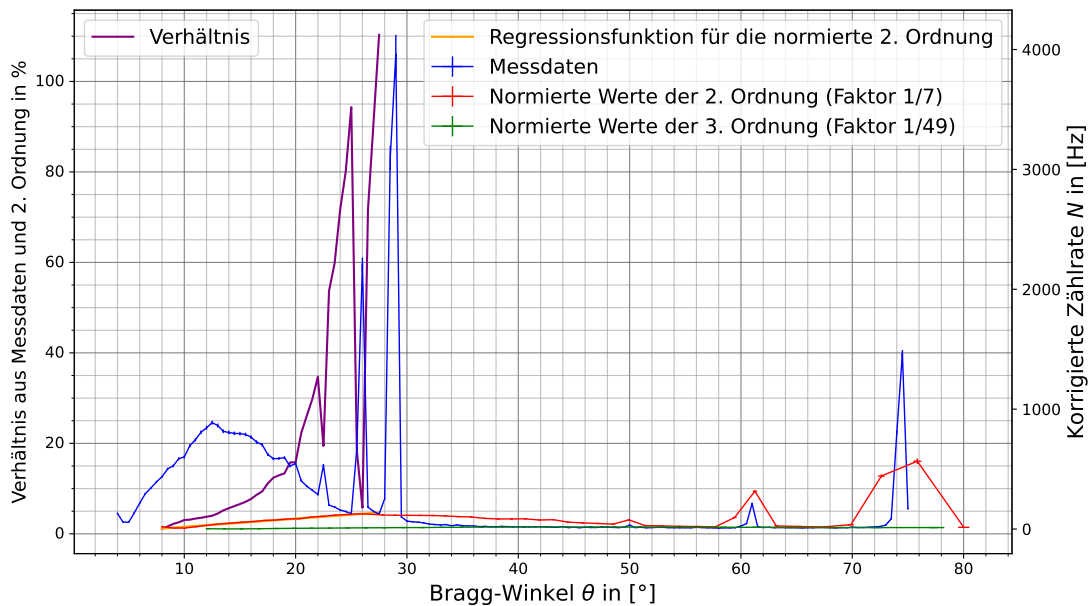
**Abb. 3.6.:** Dargestellt ist der Einfluss der zweiten und dritten Ordnungen bei der Bragg-Streuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_1$  der Messung bei Eisen. Es erfolgte noch keine Normierung.

**Tab. 3.4.:** Angegeben ist der Maximalwinkel  $\theta_{\max}$  für die verschiedenen Anodenmaterialien, für den die zweite Ordnung einen geringeren Einfluss als 15 % auf die gemessenen Daten hat.

Anodenmaterial	Eisen (Fe)	Kupfer (Cu)	Molybdän (Mo)
Maximalwinkel $\theta_{\max}$ [°]	19.5	17.0	14.2

auch in den Messdaten wider, da die charakteristischen Linien, die aufgrund der 2. Ordnung in der Messung auftreten, verglichen mit den Linien der ersten Ordnung, in der Intensität deutlich vermindert sind. Die Normierungskonstante für die berechneten Werte der höheren Ordnung kann daher annäherungsweise über das Intensitätsverhältnis der gemessenen Maxima von erster und zweiter Ordnung abgeschätzt werden. In Abbildung 3.7 sind die normierten Zählraten für die höheren Ordnungen für Eisen aufgetragen (Abb. A.8 und A.9 für Cu und Mo). Nun lässt sich der Einfluss der höheren Ordnungen auf die Messdaten abschätzen. Dazu kann eine lineare Regression für die berechneten, normierten Daten der zweiten Ordnung durchgeführt werden und das Verhältnis aus den Daten dieser Ordnung zu den Messdaten ermittelt werden. Für die weitere Betrachtung wird aus den gemessenen Daten die Zählrate in Abhängigkeit der Wellenlänge berechnet. Dazu wird





**Abb. 3.7.:** Es ist der normierte Einfluss der zweiten und dritten Ordnung aufgrund der Braggstreuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_1$  abgebildet. Die Normierung erfolgte dabei mit Division durch 7 beziehungsweise 49. Zusätzlich wurde für die Winkelbereiche bis  $25^\circ$  eine lineare Regression für die normierte 2. Ordnung erstellt, um den Einfluss der zweiten Ordnung zu den Messdaten ins Verhältnis zu setzen, was violett auf der linken y-Achse dargestellt ist.

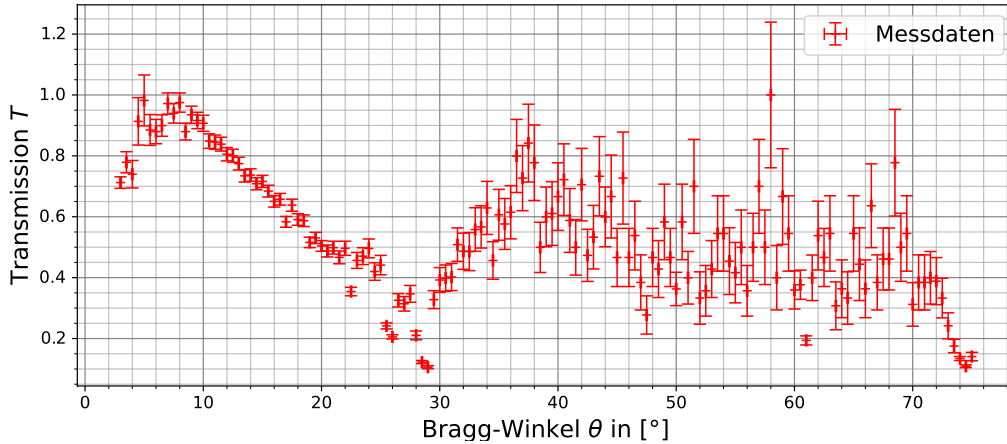
angenommen, dass in der Messung nur die erste Ordnung  $n = 1$  aufgenommen wurde. Da dies jedoch nicht stimmt, verfälschen die gemessenen Daten der höheren Ordnungen die Berechnungen, weswegen im folgenden die Daten ausgeschlossen werden können, wenn die 2. Ordnung einen Einfluss von mehr als 15 % auf die Messung ausübt. Dazu wird das Verhältnis aus den Messwerten und den Daten der Regressionsfunktion der 2. Ordnung bestimmt. Der sich dabei ergebende Maximalwinkel  $\theta_{\max}$  ist für die verschiedenen Anodenmaterialien in Tabelle 3.4 aufgetragen.

### 3.3.1.2. Transmissionsbestimmung

Aus den Messungen der Zählraten  $N_{\text{mit}}$  mit und  $N_{\text{ohne}}$  ohne Absorber lässt sich nach Gleichung 2.13 die Transmission der Strahlung bestimmen. Dabei berechnet sich der Fehler nach Gauß zu:

$$\sigma_T = \sqrt{\left(\sigma_{N_{\text{mit}}} \cdot \frac{1}{N_{\text{ohne}}}\right)^2 + \left(\sigma_{N_{\text{ohne}}} \cdot \frac{N_{\text{mit}}}{N_{\text{ohne}}^2}\right)^2}, \quad (3.8)$$

### 3. Versuch zum Compton Effekt

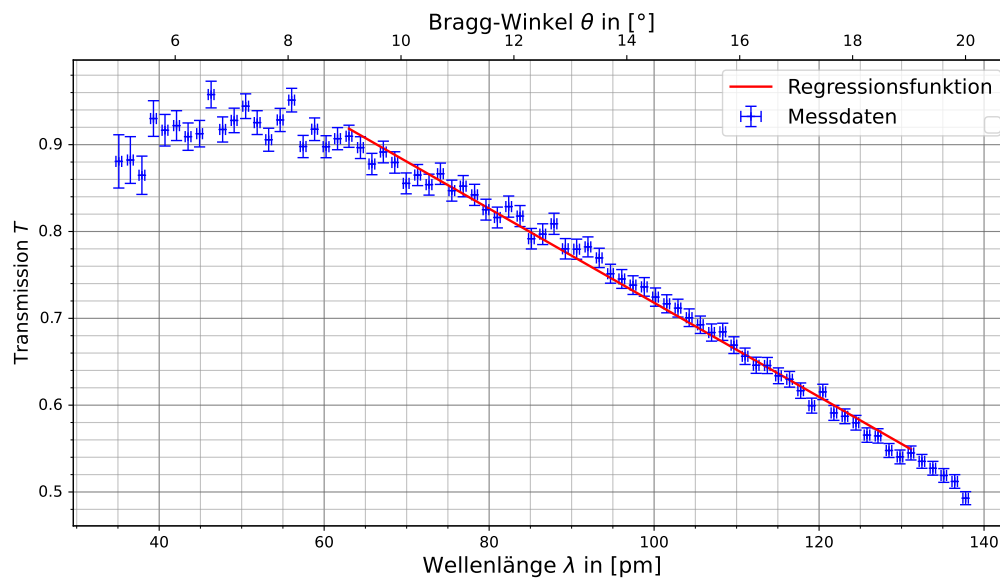


**Abb. 3.8.:** Die Transmission  $T$  des Aluminiumabsorbers bestimmt aus den Zählraten  $N_1$  ohne und  $N_2$  mit Absorber für die Eisenanode in Abhängigkeit des Bragg-winkels.

**Tab. 3.5.:** Regressionsparameter  $m$  und  $n$  für die lineare Ausgleichsgerade für die Transmissionskurve  $T(\lambda) = m \cdot \lambda + n$  bei den unterschiedlichen Röntgeneinheiten. Die Fehler wurden durch das *optimize*-package von *scipy* in *Python* bestimmt.

Anodenmaterial	$m$	$n$
Eisen	$(-512.7 \pm 9.7) \cdot 10^{-5}$	$1.24 \pm 0.01$
Kupfer	$(-419.9 \pm 15.8) \cdot 10^{-5}$	$1.15 \pm 0.01$
Molybdän	$(-463.4 \pm 17.2) \cdot 10^{-5}$	$1.21 \pm 0.02$

wobei die Fehler der Zählraten nach Gleichung 3.1 berechnet werden. Damit ergibt sich das Transmissionsverhalten für den verwendeten Absorber aus den Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  durch  $T = N_2/N_1$ . Dies ist in Abbildung 3.8 für Eisen, für Kupfer und Molybdän in Abbildung A.10 und A.11, aufgetragen. Es wird erkennbar, dass im Bereich von ungefähr  $10^\circ - 20^\circ$  ein linearer Zusammenhang angenommen werden kann. Für die Winkel  $\theta < 10^\circ$  und  $\theta > 20^\circ$  weichen die Messwerte dann stark von diesem ab. Die Abweichungen für die größeren Winkel sind dabei durch den Einfluss der höheren Ordnungen und für die kleineren Winkel aufgrund der maximal möglichen Energie der Photonen und direkt durchgehender Strahlung erklärbar. Aus diesem Grund wird die Messung in genau diesem eingeschränkten Bereich mit einer feineren Messreihe, bestehend aus  $N_3$  und  $N_4$ , wiederholt. Die Zählraten sind in den Abbildungen A.12, A.13 und 3.5 aufgetragen. Bestimmt man aus diesen Daten erneut die Transmission und rechnet die Bragg-Winkel in Wellenlängen um, wobei von der 1. Reflexionsordnung ausgegangen wird, so ergibt sich eine Transmissionskurve  $T(\lambda)$  in Abhängigkeit der Wellenlänge (siehe Abbildungen 3.9,



**Abb. 3.9.:** Die Transmissionskurve  $T(\lambda) = N_3/N_4$  als Funktion der Wellenlänge mit entsprechendem Fehler für die Eisenanode. Zusätzlich ist im eingeschränkten Winkelbereich eine lineare Regressionsfunktion  $T(\lambda) = m \cdot \lambda + n$  angepasst mit den Parametern, wie in Tabelle 3.5 angegeben.

A.14, A.15). Diese ist in dem eingeschränkten Bereich von ungefähr  $9^\circ$  bis zum Maximum nach Tabelle 3.4 annähernd linear, sodass eine Ausgleichsgerade  $T(\lambda) = m \cdot \lambda + n$  durch die Messpunkte gelegt werden kann. Die Fitparameter  $m$  und  $n$  sind mit dem jeweiligen Fehler in Tabelle 3.5 aufgetragen.

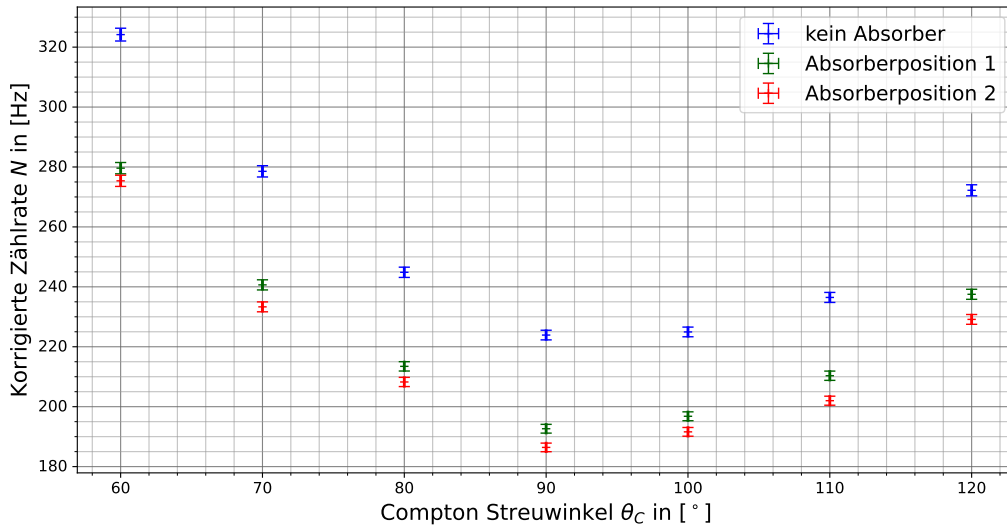
### 3.3.2. Versuchsteil B

Im Versuchsteil B wurde nun der Comptonstrekörper aus Plexiglas in den Aufbau eingesetzt und die Zählrate ohne Absorber  $N_5$  und mit Absorber vor  $N_6$  und hinter  $N_7$  dem Streukörper bestimmt. Diese wurde dann ebenso nach Gleichung 3.2 aufgrund der Totzeit korrigiert und für die Eisenanode in Abbildung 3.10 gegen den Comptonstreuwinkel  $\theta_C$  aufgetragen. In den Abbildungen A.16 und A.17 ist dies ebenfalls für die Messung mit der Kupfer- sowie der Molybdänanode gezeigt.

#### 3.3.2.1. Transmissionsbestimmung

Im nächsten Schritt wird nun der Transmissionsgrad aus der Messung mit dem Absorber vor  $N_6$  beziehungsweise hinter  $N_7$  dem Streukörper und der Messung ohne Aluminiumabsorber  $N_5$  bestimmt. Aufgrund der Position des Absorbers lässt sich so die mittlere Transmission der Röntgenstrahlung vor  $T = N_6/N_5$  und nach der Streuung  $T' = N_7/N_5$

### 3. Versuch zum Compton Effekt



**Abb. 3.10.:** Die korrigierten Zählraten  $N_5$ ,  $N_6$  und  $N_7$  in Hz der Messung bei Streuung am Plexiglaskörper in den unterschiedlichen Absorberpositionen, aufgetragen gegen den Comptonstreuwinkel  $\theta_C$  in ° bei Verwendung der Eisenanode.

ermitteln. Dies ist für Eisen, Kupfer und Molybdän in den Tabellen 3.6, A.1 und A.2 aufgelistet, wobei der Fehler sich ebenso nach Gleichung 3.8 bestimmt.

#### 3.3.2.2. Berechnung der Wellenlängen

Wie in Abschnitt 2.4.6 beschrieben, lässt sich nun aus der mittleren Transmission die mittlere Wellenlänge  $\lambda$  vor und  $\lambda'$  nach der Streuung bestimmen. Dabei wird die Wellenlänge aus der in Abschnitt 3.3.1 bestimmten Transmissionskurve  $T(\lambda)$  abgelesen. Für die Wellenlänge ergibt sich:

$$\lambda = \frac{T - n}{m}, \quad (3.9)$$

wobei  $m$  und  $n$  die Regressionsparameter der Transmissionskurve sind. Der Fehler ermittelt sich nach Gauß zu:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\sigma_T \cdot \frac{1}{m}\right)^2 + \left(\sigma_m \cdot \frac{T - n}{m}\right)^2 + \left(\sigma_n \cdot \frac{1}{m}\right)^2}. \quad (3.10)$$

Die bestimmten Wellenlängen können in Tabelle 3.6 eingesehen werden. Aus den so errechneten Wellenlängen lässt sich die Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  aufgrund der Comptonstreuung bestimmen. Es gilt:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{T' - n}{m} - \frac{T - n}{m} = \frac{T' - T}{m}, \quad (3.11)$$

**Tab. 3.6.:** Die Transmissionen  $T$  vor und  $T'$  nach der Streuung beziehungsweise die Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  und die zugehörige Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  aufgrund des Comptoneffekts verglichen mit dem Literaturwert  $\Delta\lambda_{\text{Lit}}$  nach Gleichung 2.7 in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$  für die Eisenanode. Angegeben sind zudem die jeweiligen Fehler.

$\theta_C$ [°]	$T$ [%]	$T'$ [%]	$\lambda$ [pm]	$\lambda'$ [pm]	$\Delta\lambda$ [pm]	$\Delta\lambda_{\text{Lit}}$ [pm]
60	$86.3 \pm 0.8$	$84.9 \pm 0.8$	$72.76 \pm 2.63$	$75.33 \pm 2.65$	$2.54 \pm 1.93$	1.21
70	$86.4 \pm 0.8$	$83.8 \pm 0.8$	$72.50 \pm 2.68$	$77.64 \pm 2.72$	$5.14 \pm 2.08$	1.60
80	$87.2 \pm 0.9$	$85.1 \pm 0.9$	$70.97 \pm 2.73$	$75.13 \pm 2.76$	$4.15 \pm 2.23$	2.00
90	$86.0 \pm 0.9$	$83.3 \pm 0.9$	$73.20 \pm 2.78$	$78.62 \pm 2.82$	$5.43 \pm 2.31$	2.43
100	$87.5 \pm 0.9$	$85.2 \pm 0.9$	$70.38 \pm 2.76$	$74.88 \pm 2.79$	$4.51 \pm 2.33$	2.85
110	$88.9 \pm 0.9$	$85.4 \pm 0.9$	$67.52 \pm 2.73$	$74.39 \pm 2.77$	$6.87 \pm 2.30$	3.26
120	$87.3 \pm 0.9$	$84.2 \pm 0.8$	$70.83 \pm 2.68$	$76.83 \pm 2.72$	$6.00 \pm 2.11$	3.64

wobei sich der Fehler wieder nach der Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \sqrt{\left(\sigma_{T'} \cdot \frac{1}{m}\right)^2 + \left(\sigma_T \cdot \frac{1}{m}\right)^2 + \left(\sigma_m \cdot \frac{T' - T}{m^2}\right)^2} \quad (3.12)$$

bestimmt. Die so bestimmten Werte für  $\Delta\lambda$  sind ebenfalls in Tabelle 3.6 einsehbar. Weiter ist die Wellenlängenzunahme in Abhängigkeit des Streuwinkels in Abbildung 3.11 aufgetragen (für Kupfer und Molybdän in Abbildung A.18 und A.19) und wird mit dem Literaturwert verglichen. Des weiteren kann aus den Messwerten die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  aus Gleichung 2.8 bestimmt werden. Dazu wird an die Messwerte der Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  eine Regressionsfunktion angeglichen, die den Parameter  $p$  an die Comptonwellenlänge annähert. Nach Gleichung 2.7 gilt:

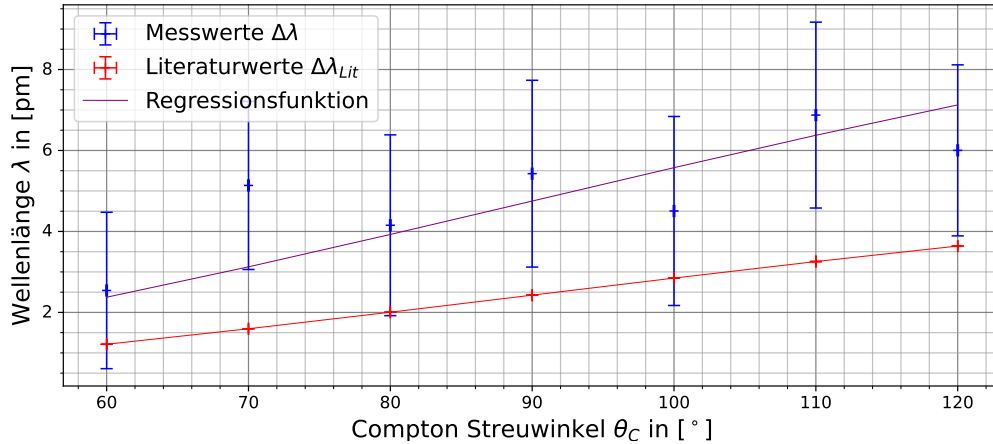
$$\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) = \lambda_C - \lambda_C \cdot \cos\theta. \quad (3.13)$$

Daher wird als Ausgleichsfunktion

$$\lambda(\theta) = -p \cdot \cos\theta + p \quad (3.14)$$

gewählt. Die Parameter  $p$ , die sich dabei ergeben und der mittleren Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  entsprechen, sind in Tabelle 3.7 für die verschiedenen Anodenmaterialien aufgetragen.

### 3. Versuch zum Compton Effekt



**Abb. 3.11.:** Aufgetragen ist die Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  bei der Comptonstreuung in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$  für die Eisenanode. Zusätzlich sind die Literaturwerte und eine Regression mit  $\lambda(\theta_C) = -p \cdot \cos\theta_C + p$ , um die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  zu bestimmen, eingezeichnet.

**Tab. 3.7.:** Die Regressionsparameter  $p$  für die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  mit entsprechendem Fehler für die verschiedenen Anodenmaterialien.

Anodenmaterial	Eisen	Kupfer	Molybdän	Literaturwert
Parameter $p$ [pm]	$4.751 \pm 0.393$	$5.645 \pm 0.571$	$5.168 \pm 0.677$	2.426

### 3.4. Diskussion der Ergebnisse

Im Versuch wurden die verschiedenen Zählraten  $N_1 - N_7$  gemessen. Dabei werden diese durch die Totzeit des Zählrohres verfälscht, weswegen es zur Korrektur kommen muss. Allerdings ist die Totzeit für die verwendeten Geiger-Müller-Zählrohre nicht exakt angegeben, weshalb es, wie bereits beschrieben, bei Annäherung an die maximal aufnehmbare Zählrate zu starken Überkorrekturen kommt. Dies ist bei der Messung  $n_3$  für Molybdän (Abb. A.5) besonders stark ausgeprägt, da es hier zu einer Zählrate kommt, die über der maximal möglichen liegt. Es ist also davon auszugehen, dass die angegebene Totzeit für die Geräte nicht dem tatsächlichen Wert entspricht. Es wäre daher ideal, die Totzeit für jedes im Praktikum verwendeten Zählrohr einzeln zu bestimmen, um etwaige Fehler zu vermeiden. Jedoch geht dies über den zeitlichen Rahmen dieser Arbeit hinaus.

Die charakteristischen Linien, die aus dem über die Zählraten ermittelten Spektrum bestimmt wurden, liegen alle im 1-Sigma-Intervall zum jeweiligen Literaturwert. Die  $K_{\alpha_1}$  und  $K_{\alpha_2}$  Linie sind dabei sowohl für die Messung mit der Winkelschrittweite von  $\Delta\theta = 0.5^\circ$  als auch bei  $\Delta\theta = 0.2^\circ$  nicht separat auflösbar, da sich die Literaturwerte um kleinere

Winkellängen unterscheiden. Generell lässt sich jedoch auf Grundlage dieser Übereinstimmung auf eine gute Kalibration des Goniometers schließen.

Bei der Betrachtung der Zählrate in Abhängigkeit der Energie können die Messwerte über 35 keV ausgeschlossen werden, da nicht die reflektierte Strahlung am Bragg-Kristall, sondern die durchgehende Strahlung detektiert wurde. Daher werden die Messwerte, die eine höhere Energie haben, und auch diese, die nah an dieser Grenze sind, ausgeschlossen, um Verfälschungen, die auf das gleiche Problem zurückzuführen sind, zu vermeiden. Weiter stimmen die Maxima der berechneten höheren Ordnungen mit den Maxima in den Messdaten überein. Allerdings sind die ermittelten Maxima der höheren Ordnungen deutlich breiter, was durch die Proportionalität zum Sinus des Winkels ( $\sin \theta$ ) für die beeinflussten Winkelbereiche  $\theta'$  erklärbar ist. Es wäre eine deutlich exaktere Messung notwendig, um diesen Fehler zu minimieren, was jedoch für die weitere Auswertung nicht von Bedeutung ist. Die Normierung erfolgte dabei durch optisches Abschätzen, was zu einer weiteren Fehlerquelle führt, die den maximalen Winkelbereich für die Regressionsfunktion der Transmissionskurve beeinflusst.

Bei den bestimmten Daten für die Transmission wird ersichtlich, dass ein linearer Zusammenhang nur im Bereich, der zwischen den beiden Ausschlusskriterien liegt, anzunehmen ist. Für höhere Winkel beziehungsweise Wellenlängen ist kein funktionaler Zusammenhang mehr erkennbar. Dies liegt daran, dass bei der Berechnung der Transmission die Bragg-Gleichung für die erste Ordnung angenommen wird. Jedoch werden die Messdaten, wie zuvor gezeigt, in höheren Bereichen auch durch höhere Ordnungen beeinflusst, welche den funktionalen Zusammenhang verfälschen. Für die niedrigen Winkelbereich ist die Abweichung durch die Verfälschung der Zählrate aufgrund der direkt durchgehenden Strahlung erklärbar. Bei den feineren Messungen  $N_3$  und  $N_4$  sind die Randbereiche ebenso von den Fehlern betroffen und nur für den mittleren Abschnitt der Transmissionskurve kann eine lineare Ausgleichsgerade bestimmt werden. Für diese liegen die Messpunkte alle in der 1-2-Sigma-Umgebung, was die Annahme eines linearen Zusammenhanges bestätigt. Im Bereich um die charakteristischen Linien weicht der Transmissionsgrad dabei teilweise von diesem Zusammenhang ab, da es bereits zu einem Fehler in der Zählrate durch die Überkorrektur aufgrund der Totzeit, wie oben beschrieben, gekommen ist, da sich hier die Zählraten nah an der Obergrenze der möglichen Auflösung befinden. Dies wird besonders für Molybdän deutlich (Abb. A.15), da der Fehler hier deutlich größer ist als bei den anderen Messwerten. Die Regressionsparameter für den Anstieg liegen dabei im Vergleich zwischen der Anodenmaterialien für Eisen und Kupfer in der 4-, für Eisen und Molybdän in der 2- und für Kupfer und Molybdän ebenfalls in der 2-Sigma-Umgebung. Der Parameter  $n$  liegt dabei maximal in der 5-Sigma-Umgebung verglichen mit den anderen

### 3. Versuch zum Compton Effekt

Aufbauten. Dies stützt die Theorie, dass die Transmissionskurve des Absorbers unabhängig von der spezifischen Strahlung der Röntgenröhren ist und nur von der Wellenlänge der Strahlung beeinflusst wird.

Bei der Bestimmung der Wellenlänge vor und nach der Comptonstreuung aus der Transmissionskurve liegen die Werte für die Wellenlänge alle in der 1-2-Sigma-Umgebung zueinander. Dies widerspricht jedoch nicht den Erwartungen, da die Wellenlängenänderung, die durch den Comptoneffekt verursacht wird, sehr klein ist. Die Wellenlängenänderung  $\Delta\lambda$  liegt ebenfalls in der 1-2-Sigma-Umgebung zu den Literaturwerten für die entsprechenden Streuwinkel für die Eisen und Kupferanode. Bei der Molybdänanode liegen einige Werte auch in der 3- oder 4-Sigma-Umgebung, jedoch spricht das generell für akzeptable Werte. Um nun aus der Wellenlängendifferenz einen Mittelwert für die Comptonwellenlänge  $\Delta\lambda_C$  zu ermitteln, wurde eine Regressionsfunktion, die so gewählt wurde, dass der Parameter der Comptonwellenlänge entspricht, an die Messdaten angepasst. Der gemittelte Wert für die Comptonwellenlänge, wie in Tabelle 3.7 aufgetragen, weicht dabei für Eisen und Kupfer um 6-Sigma und für Molybdän um 5-Sigma vom Literaturwert ab. Untereinander im Vergleich zwischen den Anoden liegen diese alle in der 1-Sigma-Umgebung. Die Messung scheint daher nicht stark von der Wahl des Anodenmaterials sondern hauptsächlich von anderen Fehlern, wie der generellen statistischen Unsicherheit bei der Messung der Zählrate, abzuhängen. Dieser Fehler könnte durch eine längere Integrationszeit minimiert werden, jedoch lässt sich dies nicht in den zeitlichen Begrenzungen des Praktikumsexperimentes realisieren.

Weitere Fehlerquellen, die in die Betrachtung nicht einbezogen wurden, sind, dass auch an der Aluminiumfolie des Absorbers Röntgenstrahlung gebeugt werden kann und so direkt im Zähler detektiert wird und die Messung verfälscht. Weiter ist die Geometrie des Lithiumfluorid-Kristalls nicht ganz sphärisch, wodurch nicht exakt nach Bragg gestreut wird. Der Fehler, der durch Fluoreszenz erzeugt wird, kann hier jedoch vernachlässigt werden, da die Energie dieser Strahlung zu gering ist, um detektiert zu werden.



## 4. Didaktische Einordnung

Experimente sind für das Lernen und Verstehen von Physik seit geraumer Zeit unabdingbar. Dabei werden nach Girwitz [34] durch ein Experiment drei verschiedene Verständnisebenen unterstützt. Die phänomenologische Ebene, die aufzeigt was geschehen kann, die Ebene der Beschreibung von Gesetzmäßigkeiten und die der erklärenden Theorie. Inwieweit diese und weitere fachdidaktische Grundsätze durch den hier entwickelten Versuch abgedeckt werden, wird im folgenden Kapitel erläutert.

Zunächst ist es wichtig, die intendierten Lernziele des Praktikumsversuches, die die zu erlernenden Kompetenzen beschreiben, auszuweisen. Diese kann man in inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen aufteilen. Für die inhaltsbezogene Kompetenz sollen die Studierenden die Funktionsweise einer Röntgenröhre und das entstehende Röntgenspektrum, die Methode der Braggstreuung und das Prinzip des Comptoneffekts verstanden haben. Für die prozessbezogene Kompetenz soll der Umgang mit physikalischen Gerätschaften und die Auswertung von physikalischen Datensätzen eingeübt werden.

### 4.1. Über die Wahl der Versuchsteile

Wie bereits vorgestellt, besteht der Versuch aus zwei Hauptversuchsteilen, wobei der zweite Teil auf dem ersten aufbaut. Im ersten Versuchsteil wird über die Methode der Bragg-Streuung eine Transmissionskurve in Abhängigkeit der Wellenlänge bestimmt. Hier ist es für die Studierenden zwangsläufig wichtig zu wissen, wie eine Röntgenröhre funktioniert und wie sich das Spektrum der Strahlung zusammensetzt. Das Spektrum wird hier dann auch direkt gemessen, wodurch die Studierenden durch das Experiment ihre theoretische Vorüberlegung überprüfen können. Weiter muss das Konzept der Bragg-Streuung verstanden sein, um die Bragg-Gleichung anwenden zu können. Dieser Teil des Versuchs entspricht von den Anforderungen und Lernzielen denen des bereits bestehenden Praktikumsexperimentes Röntgenstrahlung der Universität Göttingen [35, Versuch 28], da hier auch die Messwerte bezüglich der Totzeit des Detektors korrigiert werden müssen und das Spektrum gegen den Bragg-Winkel aufgetragen wird. Auch die charakteristischen Linien werden bestimmt und angegeben. Weiter ist es für den Versuch wichtig, die für die Mes-

#### 4. Didaktische Einordnung

sung relevanten Bereiche zu identifizieren. Dazu ist einerseits die Kenntnis des Gesetzes von DUANE-HUNT notwendig, um die Messdaten bei niedrigen Winkeln zu erklären, was ebenso ein Teil des bestehenden Versuches ist. Andererseits ist es jedoch notwendig, die höheren Ordnungen der Bragg-Streuung zu berücksichtigen, um die gemessenen Daten bei höheren Braggwinkeln einschätzen zu können. Dieser Teil geht über das bestehende Experiment hinaus und bedarf eines tieferen Verständnisses des BRAGGSchen Reflexionsgesetzes. Da die charakteristischen Linien der zweiten Ordnung für die Eisen- und Kupferanode erst bei höheren Braggwinkeln ( $\theta \gtrsim 45^\circ$ ) auftreten, wird für diese Anodenmaterialien die erste Messung für das gesamte Spektrum bis  $75^\circ$  durchgeführt und erst im Anschluss daran wird die feinere Messung im relevanten Bereich mit genauerer Auflösung aufgenommen. Bei der Molybdänanode liegen die charakteristischen Linien deutlich näher zusammen und auch die Peaks der 2. Ordnung sind im Winkelbereich bis  $25^\circ$  erkennbar. Da es bei der ersten Messung mit einer Winkelschrittweite von  $\Delta\theta = 0.5^\circ$  aufgrund der Nähe der charakteristischen Linien zueinander zu einer starken Ungenauigkeit im Messergebnis kommt, wird hier nur die genauere Messung durchgeführt. Um jedoch die Linien der 2. Ordnung aufzuzeichnen, wird der Messbereich bis zu einem Winkel von  $\theta = 25^\circ$  ausgeweitet und nicht nur, wie bei der Eisen- und Kupferanode, bis  $\theta = 20^\circ$  gemessen. Im Vergleich zum bestehenden Experiment entfällt jedoch die genauere Betrachtung bei Variation der Anodenspannung, da dies für die weitere Auswertung des Experiments nicht von Bedeutung ist.

Die Bestimmung des Transmissionsgrades des Absorbermaterials findet in dieser Art bisher auch nicht statt, allerdings finden in dem bisherigen Versuch einige andere Untersuchungen zur Absorption statt, wie die Bestimmung der Absorptionskanten und -koeffizienten verschiedener Absorber. Diese Betrachtungen könnten thematisch auch in die Auswertung einbezogen werden, da sie ebenfalls aus den gemessenen Daten mit kleinen Anpassungen zu bestimmen sind. Jedoch würde dies den üblichen Umfang eines Praktikumsversuches überschreiten und es wird hier darauf verzichtet.

Zusätzlich wurde der Einfluss der Untergrundstrahlung, also der Strahlung, die generell, ohne Streuung am Bragg-Kristall, im Detektor registriert wird, auf die Messdaten untersucht. Dazu wurden die Zählraten  $N_{Um}$  mit und  $N_{Uo}$  ohne Absorber bei festem Kristallwinkel  $\theta = 0^\circ$  für die verschiedenen Detektorwinkel bestimmt. Dies kann in den Abbildungen A.20, A.21 und A.22 für die verschiedenen Anodenmaterialien eingesehen werden. Zudem wurde das Verhältnis zu den eigentlichen Messdaten  $N_3$  und  $N_4$  ermittelt. Dabei konnte festgestellt werden, dass dieser Einfluss im für die Bestimmung der Transmissionskurve relevanten Bereich bei allen Anodenmaterialien unter 10 % liegt. Da der dadurch entstehende Fehler als vernachlässigbar klein eingeschätzt wird und da eine

## 4.2. Résumé: Eignung des Versuchs als Praktikumsexperiment

**Tab. 4.1.:** Dargestellt sind die benötigten Zeiten für die jeweiligen Messungen bei den verschiedenen Anodenmaterialien und die eingeplante Gesamtzeit, in die Zeit für den Umbau beziehungsweise die Variation der Parameter eingeschlossen ist.

Messung	Zeit je Messung [min]			Gesamtzeit Messreihe mit Umbau [min]		
	Eisen	Kupfer	Molybdän	Eisen	Kupfer	Molybdän
$N_1 + N_2$	13		0	30		0
$N_3 + N_4$	40		55	90		120
$N_5 + N_6 + N_7$		12				45
$\Sigma = 2 \text{ h } 45 \text{ min}$						

Betrachtung dieses Aspektes in der Messung die maximale Praktikumszeit überschreiten würde, wird an dieser Stelle auf eine Berücksichtigung der Untergrundstrahlung durch die Studierenden verzichtet.

Im zweiten Versuchsteil findet die Messung zur Untersuchung des COMPTON-Effekts statt. Dieser Messabschnitt ist neu und findet bisher noch keine Anwendung in aktuell laufenden Praktikumsversuchen. Die Studierenden können hier die Auswirkungen des Comptoneffekts quantitativ messen und so die physikalische Theorie dahinter prüfen.

Bei den einzelnen Messreihen wurde die jeweilige Integrationszeit so gewählt, dass die höchste Genauigkeit ermöglicht wird, die in der begrenzten Zeit des Praktikums erreicht werden kann. Die Zeiten, die die einzelnen Messungen beanspruchen, sind in Tabelle 4.1 aufgetragen. In Summe ergibt dies mit einer eingeplanten Zeit von 30 min für die Vorbesprechung des Versuchs und Zeit für die Umstellung der Messparameter zwischen den einzelnen Messungen eine Gesamtzeit von ungefähr 3:15 h. Somit bleibt eine didaktische Reserve von 15 Minuten, sodass auch leistungsschwächere Studierende oder Gruppen mit technischen Verzögerungen die Möglichkeit haben, das Experiment in der Praktikumszeit von 3:30 h erfolgreich abzuschließen.

## 4.2. Résumé: Eignung des Versuchs als Praktikumsexperiment

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Versuch mehrere funktionelle Aspekte eines guten Experiments nach Girwitzt [34] erfüllt. Es wird das Phänomen des Comptoneffekts wie auch der Braggstreuung gezeigt und das physikalische Konzept dahinter verdeutlicht. Weiter erlernen die Studierenden die dahinterstehenden Gesetzmäßigkeiten und prüfen ih-

#### 4. Didaktische Einordnung

re theoretische Vorüberlegung und die im Vorhinein entwickelten Präkonzepte. Außerdem gibt dieses Experiment einen Einblick der Bedeutung von Physik in Technik und Alltagsanwendungen und veranschaulicht mehrere Meilensteine der physikalischen Entwicklung (Nobelpreis für RÖNTGEN, BRAGG und COMPTON).

Der hier vorgestellte Versuch lässt sich zudem nach fachdidaktischen Theorien einordnen. Es handelt sich um einen quantitativen Versuch, der durch die Studierenden selbst durch objektive Datenaufnahme, -verarbeitung und -auswertung durchgeführt wird. Dabei wird diese Art von Versuch, bei der eine quantitative Prüfung von Gesetzmäßigkeiten stattfindet, als Erarbeitungsversuch klassifiziert, der vor allem die Fähigkeiten der Studierenden in der Arbeit mit physikalischen Gerätschaften und die Verknüpfung von theoretischer Grundlage und Experiment stärken soll.

Die Ausweitung des bereits bestehenden Versuches zur Röntgenröhre zu dem hier vorgestellten soll dabei als eine neue Wahlmöglichkeit dienen. Die Studierenden sollen in Zukunft selbstständig entscheiden, ob sie den Versuch zum Comptoneffekt oder den bestehenden Versuch durchführen möchten. In Tabelle 4.2 werden die beiden Versuche miteinander verglichen. Der neue Versuch soll dabei eine Möglichkeit bieten, einen weiteren bedeutenden Versuch der Physikgeschichte kennenzulernen und experimentell zu prüfen. Zudem entspricht der Versuch mehreren Bildungsstandards für das Fach Physik der Kultusministerkonferenz [36], wodurch der Versuch auch für Studierende des Lehramts relevant ist. Es werden nämlich grundlegende Aspekte der Quantentheorie, wie die stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und Superposition, aufgegriffen sowie Zusammenhänge der Größen Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge zur Beschreibung der Röntgenstrahlung verwendet. Außerdem ist eine qualitative Betrachtung eines quantenmechanischen Atommodells notwendig, um die theoretischen Grundlagen zu verstehen. Weiter wird der Comptoneffekt häufig im Unterricht der gymnasialen Oberstufe behandelt und ist in einigen Bundesländern sogar im Kerncurriculum verankert (siehe zum Beispiel Lehrplan Physik Thüringen [37, S. 42]).

Des weiteren entspricht der ausgearbeitete Versuch dem zeitlichen Rahmen für Praktikumsexperimente und sollte mit einer didaktischen Reserve in einer Zeit von 3:30 h absolvierbar sein, sodass alle für die Auswertung relevanten Daten gemessen wurden. Zu beachten ist jedoch, dass die Zeit für die einzelnen Messungen teilweise recht lang ist, bis zu 55 Minuten, bevor ein weiterer Arbeitsschritt folgt. Dies gibt zwar mitunter einen guten Einblick in die wissenschaftliche Praxis, allerdings kann es auch zu Ungeduld bei den Studierenden führen, sodass ein Vorschlag zur sinnvollen Nutzung der Zeit, wie dem Beginn der Auswertung der Daten oder die Arbeit an zu erledigenden Übungszetteln aus anderen Modulen, durch den Betreuer erfolgen sollte.

**Tab. 4.2.:** Gegenüberstellung des bereits bestehenden und des hier entwickelten Praktikumsversuches an der Röntgenröhre.

Bestehender Versuch	Neu entwickelter Versuch
<b>Messung und Analyse des Röntgenspektrums:</b>	
In beiden Versuchen wird zunächst über eine Messung der Zählraten das Spektrum über eine Drehkristallmethode aufgenommen und hinsichtlich der charakteristischen Linien mit Hilfe der BRAGG-Gleichung analysiert.	
<b>Anwendung der Bragg-Gleichung:</b>	
Die Studierenden nutzen die BRAGG-Gleichung, um die Messwerte in Abhängigkeit der Wellenlänge beziehungsweise der Energie angeben und interpretieren zu können. Hier erfolgt nur eine Betrachtung der 1. Reflexionsordnung.	Neben der 1. Reflexionsordnung ist eine Berücksichtigung höherer Ordnungen nötig, um die Messdaten richtig interpretieren zu können.
<b>Betrachtung des Gesetzes von Duane-Hunt:</b>	
Es wird die Grenzwellenlänge und die Intensität der charakteristischen Linien hinsichtlich der Anodenspannung untersucht. Aus diesen Messungen wird die PLANCKSche Konstante ermittelt.	Es wird das Spektrum in Abhängigkeit der Energie betrachtet, um den Messbereich aufgrund der maximal möglichen Photonenenergie bei der angelegten Beschleunigungsspannung richtig interpretieren zu können.
<b>Analyse der Absorption von Strahlung:</b>	
Zunächst werden die Absorptionskanten von verschiedenen Absorbieren untersucht, woraus dann die RYDBERG-Konstante bestimmt wird. Außerdem werden von verschiedenen Materialien die Absorptionskoeffizienten ermittelt.	Die Transmission eines Absorbers in Abhängigkeit der Wellenlänge wird bestimmt.
<b>Messung des Compton-Effekts:</b>	
Findet nicht statt.	Über eine indirekte Messung wird aus der Transmission die Wellenlängenzunahme durch den Comptoneffekt bestimmt. Daraus wird die Comptonwellenlänge ermittelt.

#### *4. Didaktische Einordnung*

Der Versuch erfüllt somit alle Lernziele sowie einige weitere, wichtige fachdidaktische Grundsätze und kann daher als eine sinnvolle Erweiterung des bestehenden Angebots zur Arbeit mit der Röntgenröhre und als geeigneter, eigenständiger Praktikumsversuch angesehen werden, der vielleicht schon im kommenden Sommersemester umgesetzt werden wird.

# Literaturverzeichnis

- [1] W. C. Röntgen, *Über eine neue Art von Strahlen: Vorläufige Mitteilung*, Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Gesellschaft Seiten 1–10 (1895)
- [2] *The Nobel Prize in Physics 1901*, URL <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1901/summary/>
- [3] J. D. Watson und F. H. Crick, *Molecular structure of nucleic acids; a structure for deoxyribose nucleic acid*, Nature **171(4356)**, 737 (1953)
- [4] F. de Groot, *Multiplet effects in X-ray spectroscopy*, Coordination Chemistry Reviews **249(1-2)**, 31 (2005)
- [5] A. H. Compton, *A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements*, Physical Review **21(5)**, 483 (1923)
- [6] *The Nobel Prize in Physics 1927*, URL <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1927/summary/>
- [7] V. Schoenfelder, H. Aarts, K. Bennett et al., *Instrument description and performance of the Imaging Gamma-Ray Telescope COMPTEL aboard the Compton Gamma-Ray Observatory*, The Astrophysical Journal Supplement Series **86**, 657 (1993)
- [8] J. Krimmer, J.-L. Ley, C. Abellan et al., *Development of a Compton camera for medical applications based on silicon strip and scintillation detectors*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **787**, 98 (2015)
- [9] J. Webber und E. L. Miller, *Compton scattering tomography in translational geometries*, Inverse Problems **36(2)**, 025007 (2020)
- [10] J. E. Lilienfeld und W. J. Rosenthal, *Eine Röntgenröhre von beliebig und momentan einstellbarem, vom Vakuum unabhängigen Härtegrad*, Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen **1(18)**, 256 (1911/1912)

- [11] O. W. Richardson, *On the Negative Radiation from Hot Platinum*, University Press, Cambridge (1901)
- [12] L. Spieß et al., *Moderne Röntgenbeugung: Röntgendiffraktometrie für Materialwissenschaftler, Physiker und Chemiker*, Springer eBook Collection, Springer Spektrum, Wiesbaden, 3. überarbeitete Auflage (2019)
- [13] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer-Lehrbuch, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 5. Auflage (2016)
- [14] W. Duane und F. Hunt, *On X-Ray Wave-Lengths*, Physical Review **6(2)**, 166 (1915)
- [15] A. Sommerfeld, *Zur Quantentheorie der Spektrallinien*, Annalen der Physik **356(17)**, 1 (1916)
- [16] C. Gerthsen und D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer-Lehrbuch, Springer Spektrum, Berlin [u.a.], 25. Auflage (2015)
- [17] W. Pauli, *Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren*, Zeitschrift für Physik **31(1)**, 765 (1925)
- [18] H. Moseley, *The High-Frequency Spectra of the Elements: Part II*, Phil. Mag. (London, Edinburgh & Dublin philosophical magazine and journal of science) **1(27)**, 703 (1914)
- [19] J. E. Lilienfeld, *Die sichtbare Strahlung des Brennflecks von Röntgenröhren*, Physikalische Zeitschrift **20(12)**, 280 ff. (1919)
- [20] A. Fresnel, *Memoir on the diffraction of light: Crowned by the french academy of sciences in 1819*, in H. Crew, Herausgeber, *The wave-theory of light: Memoirs by Huygens, Young and Fresnel*, Seiten 81–144, American Book Company, New York and Cincinnati and Chicago (1900)
- [21] C. Huygens, *Traité de la lumière:*, van der Aa, Leyden (1690)
- [22] W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue, *Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen*, Annalen der Physik **346(10)**, 971 (1913)
- [23] W. H. Bragg und W. L. Bragg, *The reflection of X-rays by crystals*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character **88(605)**, 428 (1913)



- [24] M. de Broglie, *Sur un nouveau procédé permettant d'obtenir la photographie des spectres de raies des rayons de Röntgen*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences **1(157)**, 924 (1913)
- [25] A. Einstein, *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*, Annalen der Physik **322(6)**, 132 (1905)
- [26] H. Hertz, *Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung*, Annalen der Physik **267(8)**, 983 (1887)
- [27] J. H. Lambert, *Photometria: sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, Sumptibus Viduae Eberhardi Klett, Augsburg (1760)
- [28] A. Beer, *Bestimmung der Absorption des rothen Lichts in farbigen Flüssigkeiten*, Annalen der Physik **86(1)**, 78 (1852)
- [29] H. Geiger und W. Müller, *Elektronenzählrohr zur Messung schwächster Aktivitäten*, Die Naturwissenschaften **16(31)**, 617 (1928)
- [30] PHYWE Systeme GmbH & Co. KG, *Comptonstreuung von Röntgenstrahlung*, Demonstrations- und Praktikumsversuche TESS expert, PHYWE, Göttingen (2023)
- [31] R. W. Pohl, *Optik und Atomphysik*, Einführung in die Physik, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 12. verbesserte und ergänzte Auflage (1967)
- [32] PHYWE Systeme GmbH & Co. KG, *Betriebsanleitung XR 4.0 expert unit Röntgengerät 35 kV*, PHYWE, Göttingen (2023)
- [33] *NIST XRay Transition Energies Database*, URL <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>
- [34] E. Kircher, R. Girwidz und H. E. Fischer, *Physikdidaktik | Grundlagen*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 4. Auflage (2020)
- [35] J. Große-Knetter und P. Schaaf, *Das physikalische Praktikum - Band II*, Universitätsdrucke, Universitätsverlag Göttingen, Göttingen (2020)
- [36] *Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife: Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.06.2020*, Carl Link Verlag, Köln, 1. Auflage (2020)
- [37] *Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife Physik*, Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur, Erfurt (2012)



# A. Anhang

## A.1. Herleitung der Comptongleichung

Die durch den Comptoneffekt bedingte Wellenlängenänderung  $\Delta\lambda$  des Röntgenphotons lässt sich durch Betrachtung der Energie- und Impulserhaltung vor und nach dem Stoß bestimmen. Für eine klassische elektromagnetische Welle gilt dabei für den Zusammenhang zwischen Energie  $E$  und Impuls  $p$ :

$$E = p \cdot c. \quad (\text{A.1})$$

Daraus folgt dann für den Impuls eines Photons:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (\text{A.2})$$

Betrachtet man nun, wie in Abbildung 2.9 skizziert, ein Röntgenphoton, welches vor dem Stoß den Impuls  $p_p = \frac{h}{\lambda}$  und nach dem Stoß  $p'_p = \frac{h}{\lambda'}$  besitzt und ein Elektron, welches nach Annahme vorher ruht ( $p_e = 0$ ) und nachher den Impuls  $p'_e$  inne hat. Dann gilt nach dem Gesetz der Impulserhaltung:

$$\vec{p}_p + \vec{p}_e = \vec{p}'_p + 0 = \vec{p}'_p + \vec{p}'_e. \quad (\text{A.3})$$

Nach Umstellen dieser Gleichung und vektoriell quadrieren auf beiden Seiten ergibt sich:

$$p_e'^2 = p_p'^2 + p_p^2 - 2 \cdot \vec{p}_p \cdot \vec{p}'_p = p_p'^2 + p_p^2 - 2 \cdot p_p \cdot p'_p \cdot \cos \theta, \quad (\text{A.4})$$

wobei  $\theta$  den Streuwinkel zwischen ein- und ausfallendem Photon angibt. Werden jetzt die Energien mit betrachtet, so gilt für die Energie der Photonen, da das Photon masselos ist, Gleichung 2.5. Für das Elektron muss jedoch die relativistische Energie-Impuls-Beziehung beachtet werden:

$$E_e'^2 = (p'_e \cdot c)^2 + (m_e \cdot c^2)^2. \quad (\text{A.5})$$

## A. Anhang

Nach Energieerhaltungssatz ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} E_p + E_e &= E'_p + E'_e \\ p_p \cdot c + m_e \cdot c^2 &= p'_p \cdot c + \sqrt{(p'_e \cdot c)^2 + (m_e \cdot c^2)^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Nun kann  $p_e'^2$  durch Einsetzen von Gleichung A.6 in Gleichung A.4 eliminiert werden. Dafür folgt aus Gleichung A.5:

$$p_e'^2 = \frac{E_e'^2 - E_e^2}{c^2} \stackrel{\text{A.6}}{=} \frac{(E_p + E_e - E'_p)^2 - E_e^2}{c^2}.$$

Eingesetzt in Gleichung A.4 mit Gleichung 2.5 liefert dies nun unter einigen Termumformungen:

$$\begin{aligned} \frac{(E_p + E_e - E'_p)^2 - E_e^2}{c^2} &= \frac{E_p^2}{c^2} + \frac{E_p'^2}{c^2} - 2 \cdot \frac{E_p \cdot E'_p}{c^2} \cdot \cos \theta \\ \Leftrightarrow E_p^2 + E_e^2 + E_p'^2 + 2E_p E_e - 2E_p E'_p - 2E'_p E_e - E_e^2 &= E_p^2 + E_p'^2 - 2E_p E'_p \cdot \cos \theta \\ \Leftrightarrow 2E_p E_e - 2E_p E'_p - 2E'_p E_e &= -2E_p E'_p \cdot \cos \theta \\ \Leftrightarrow \frac{1}{E'_p} - \frac{1}{E_e} - \frac{1}{E_p} &= \frac{-\cos \theta}{E_e} \end{aligned}$$

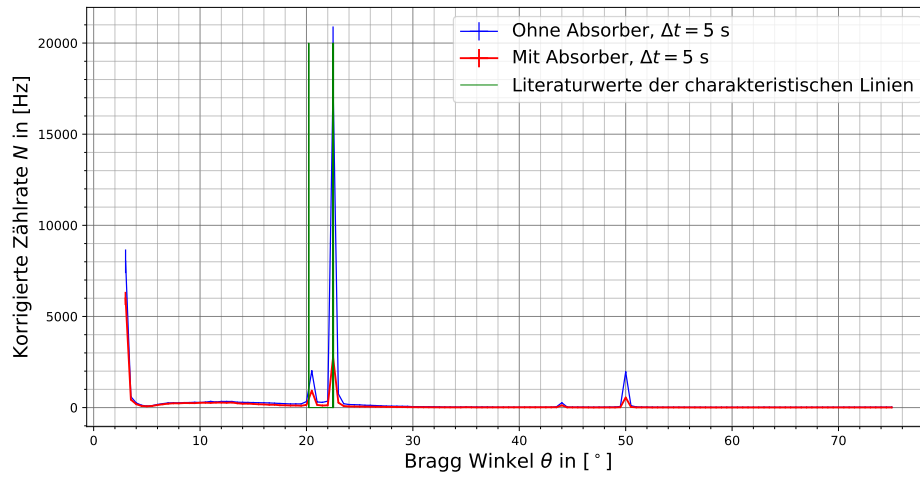
Erneute Anwendung der Gleichung 2.5 liefert die COMPTON-Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda'}{h \cdot c} - \frac{\lambda}{h \cdot c} &= \frac{1}{E_e} \cdot (1 - \cos \theta) \\ \Leftrightarrow \Delta\lambda = \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \theta). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

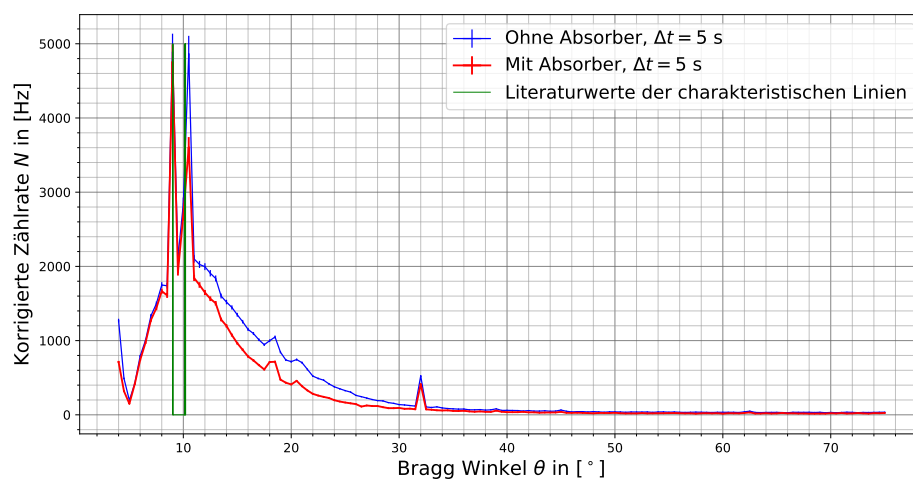
Die Zunahme der Wellenlänge bei der Compton-Streuung hängt somit also nur vom Streuwinkel  $\theta$  und nicht von der Wellenlänge  $\lambda$  der einfallenden Strahlung ab. Die Konstante  $h/(m_e c)$  wird dabei als Compton-Wellenlänge bezeichnet und es gilt:

$$\lambda_{\text{Compton}} = \frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2.426 \text{ pm}. \quad (\text{A.8})$$

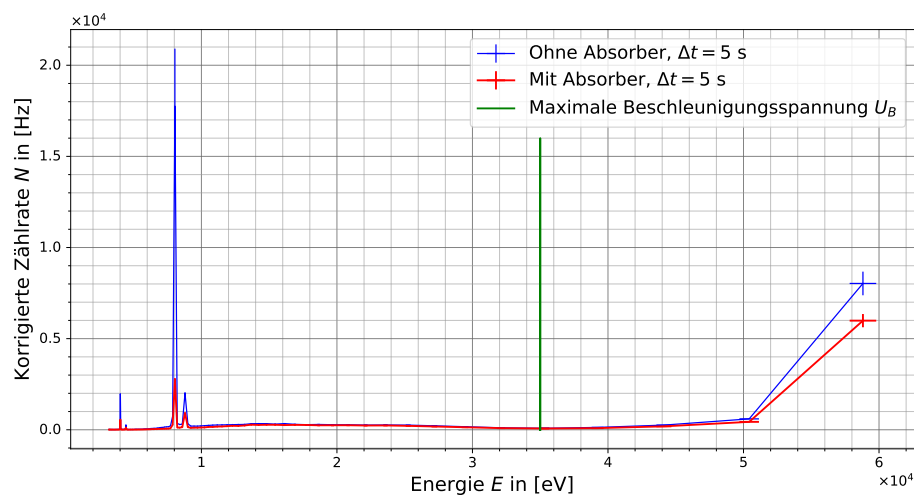
## A.2. Abbildungen und Tabellen



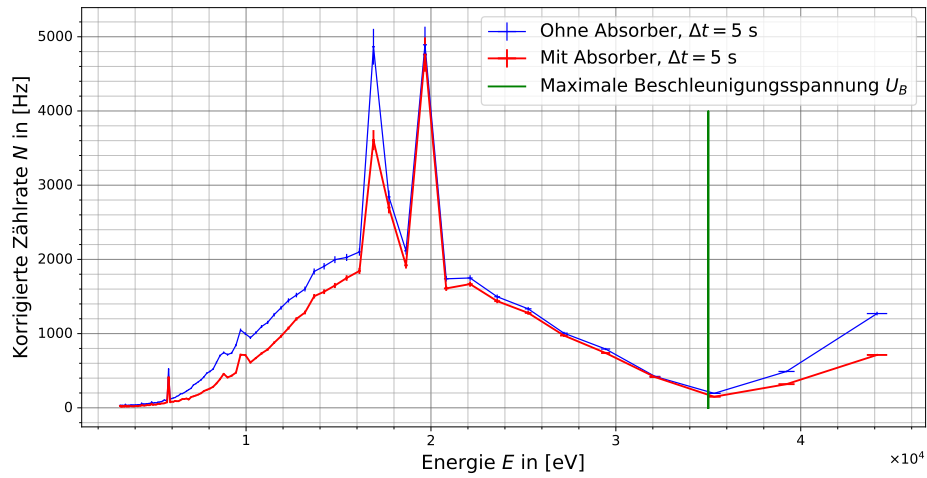
**Abb. A.1.:** Korrigierte Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz aufgetragen gegen den Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  für das Anodenmaterial Kupfer. Zudem sind die Literaturwerte für die charakteristischen Linien [33] gekennzeichnet.



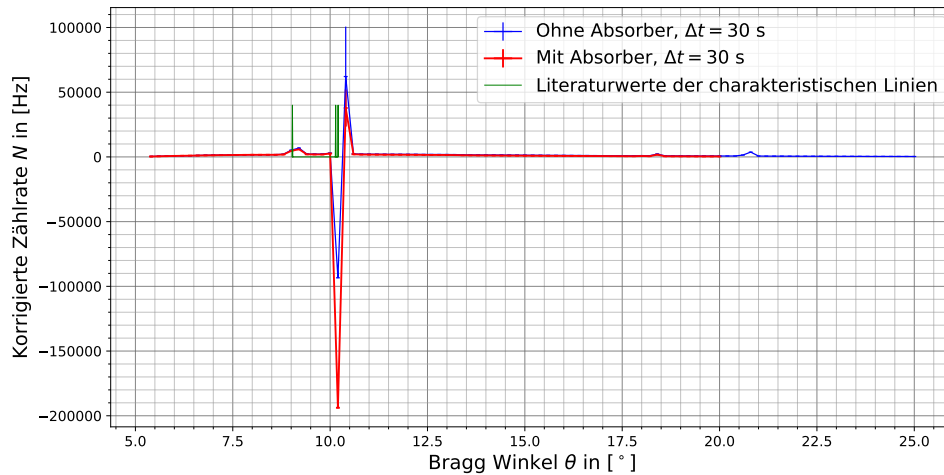
**Abb. A.2.:** Korrigierte Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz aufgetragen gegen den Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  für das Anodenmaterial Molybdän. Zudem sind die Literaturwerte für die charakteristischen Linien [33] gekennzeichnet.



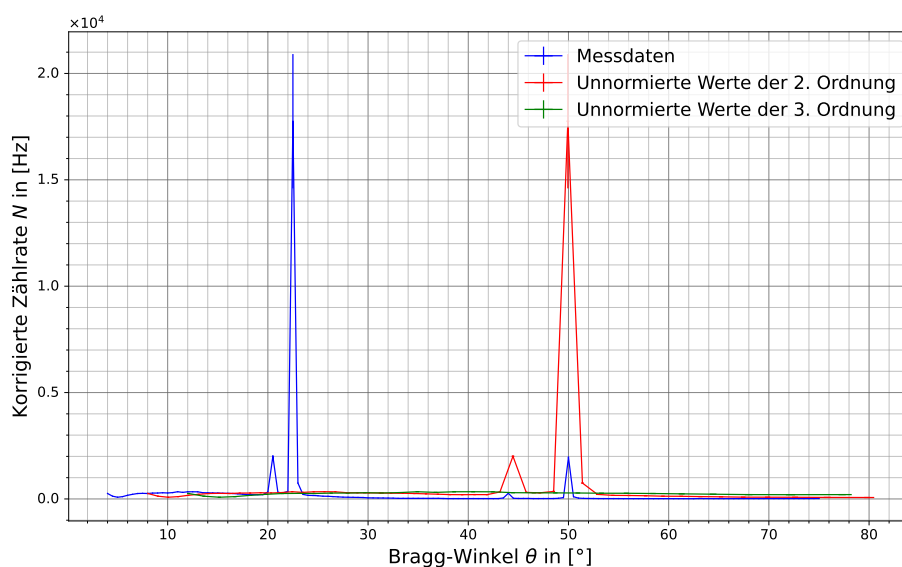
**Abb. A.3.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz für die Kupferanode in Abhängigkeit der Energie  $E$  in eV. Bei 35 keV ist die maximale Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre grün eingezeichnet.



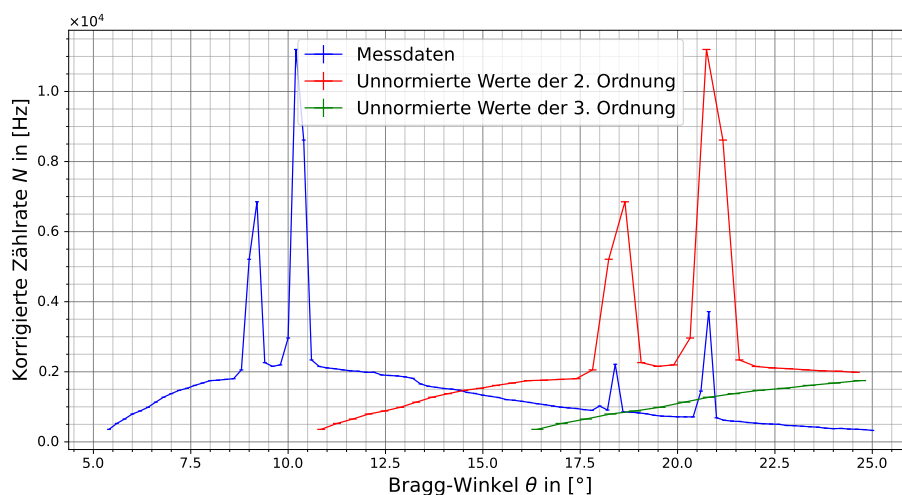
**Abb. A.4.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  in Hz für die Molybdänanode in Abhängigkeit der Energie  $E$  in eV. Bei 35 keV ist die maximale Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre grün eingezeichnet.



**Abb. A.5.:** Die korrigierten Zählraten  $N_3$  und  $N_4$  in Hz der Molybdänanode aufgetragen gegen den Braggwinkel  $\theta$  in  $^\circ$  mit den Literaturwerten für die charakteristischen Linien [33]

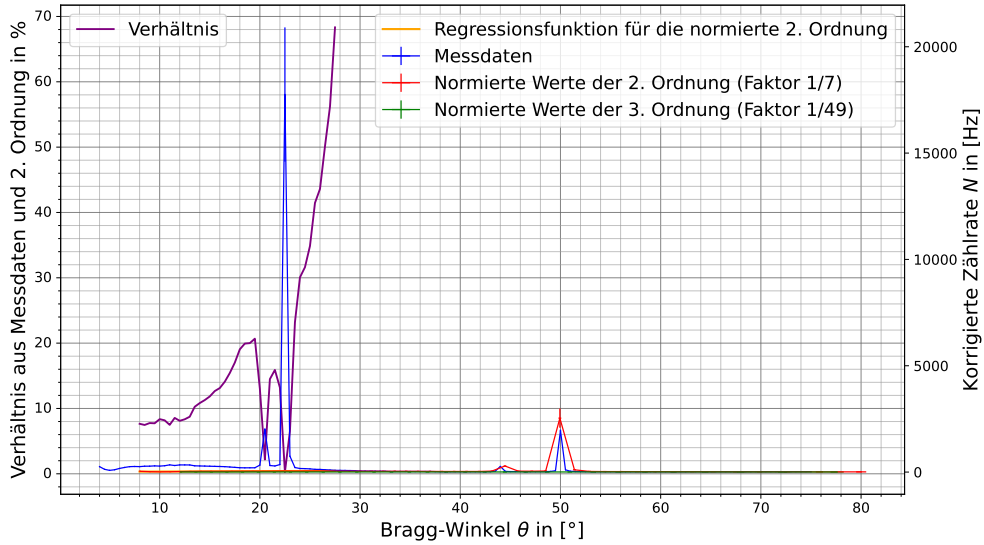


**Abb. A.6.:** Dargestellt ist der Einfluss der zweiten und dritten Ordnungen bei der Bragg-Streuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_1$  der Messung bei Kupfer. Es erfolgte noch keine Normierung.



**Abb. A.7.:** Dargestellt ist der Einfluss der zweiten und dritten Ordnungen bei der Bragg-Streuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_3$  der Messung bei Molybdän. Es erfolgte noch keine Normierung.

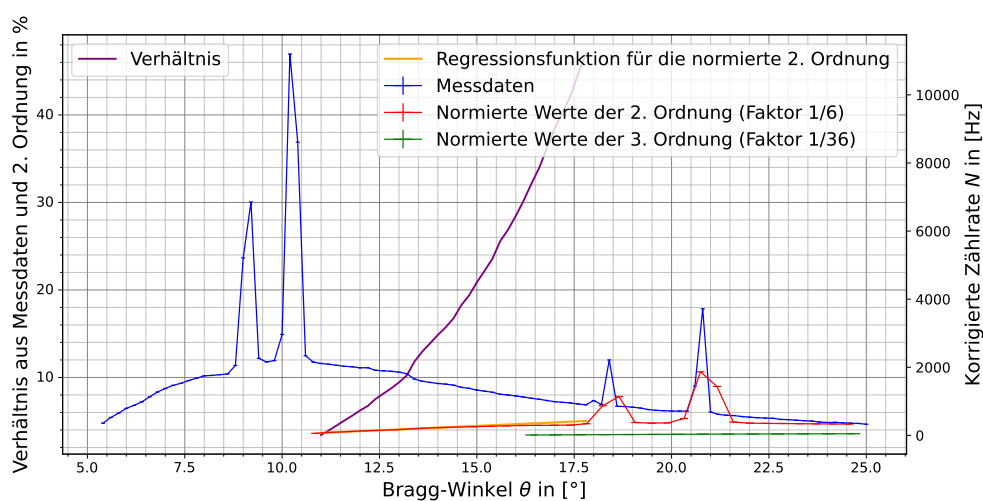




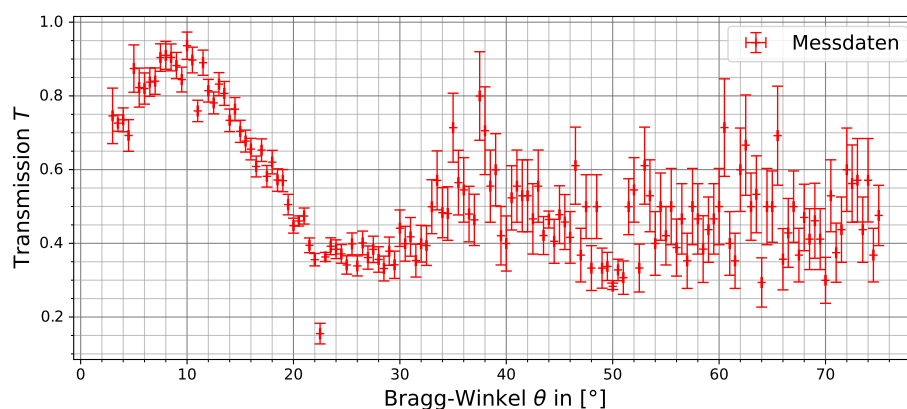
**Abb. A.8.:** Es ist der normierte Einfluss der zweiten und dritten Ordnung aufgrund der Braggstreuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_1$  abgebildet. Die Normierung erfolgte dabei mit Division durch 7 beziehungsweise 49. Zusätzlich wurde für die Winkelbereiche bis  $25^\circ$  eine lineare Regression für die normierte 2. Ordnung erstellt, um den Einfluss der zweiten Ordnung auf die Messdaten ins Verhältnis zu setzen, was violett auf der linken y-Achse dargestellt ist.

**Tab. A.1.:** Die Transmissionen  $T$  vor und  $T'$  nach der Streuung beziehungsweise die Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  und die zugehörige Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  aufgrund des Comptoneffekts verglichen mit dem Literaturwert  $\Delta\lambda_{\text{Lit}}$  nach Gleichung 2.7 in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$  für die Kupferanode.

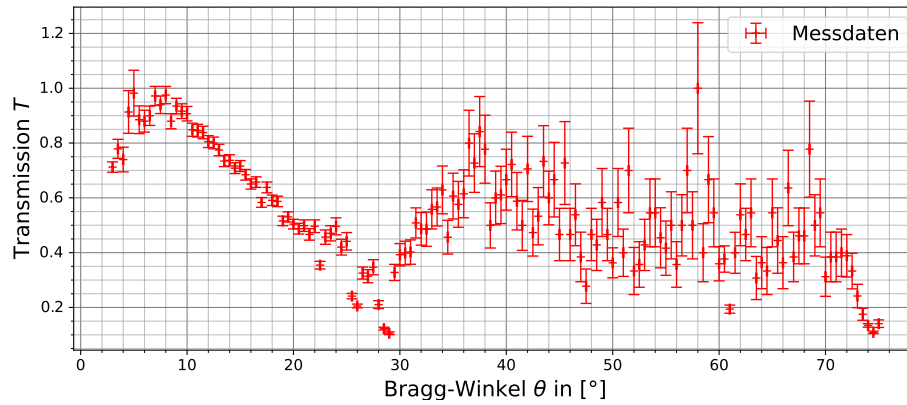
$\theta_C$ [°]	$T$ [%]	$T'$ [%]	$\lambda$ [pm]	$\lambda'$ [pm]	$\Delta\lambda$ [pm]	$\Delta\lambda_{\text{Lit}}$ [pm]
60	$80.2 \pm 0.8$	$79.0 \pm 0.7$	$83.98 \pm 4.84$	$85.76 \pm 4.90$	$2.78 \pm 1.88$	1.21
70	$81.8 \pm 0.8$	$79.4 \pm 0.7$	$79.19 \pm 4.78$	$84.96 \pm 4.91$	$5.78 \pm 2.06$	1.60
80	$80.6 \pm 0.8$	$78.2 \pm 0.7$	$81.94 \pm 4.87$	$87.66 \pm 4.99$	$5.72 \pm 2.15$	2.00
90	$79.9 \pm 0.8$	$77.0 \pm 0.7$	$83.78 \pm 4.93$	$90.69 \pm 5.09$	$6.91 \pm 2.22$	2.43
100	$81.2 \pm 0.8$	$77.9 \pm 0.7$	$80.63 \pm 4.86$	$88.43 \pm 5.04$	$7.80 \pm 2.27$	2.85
110	$81.4 \pm 0.8$	$78.5 \pm 0.7$	$80.26 \pm 4.84$	$86.98 \pm 4.99$	$6.73 \pm 2.22$	3.26
120	$80.9 \pm 0.8$	$78.3 \pm 0.7$	$81.45 \pm 4.84$	$87.44 \pm 4.98$	$5.99 \pm 2.08$	3.64



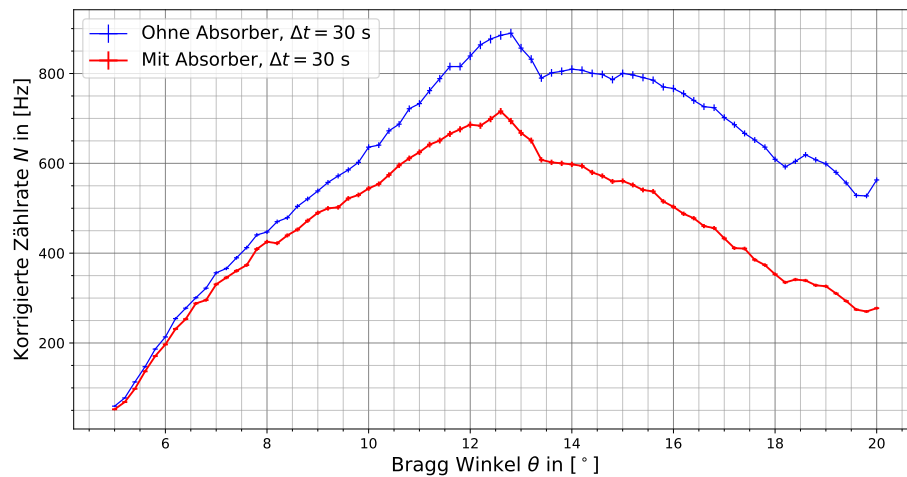
**Abb. A.9.:** Es ist der normierte Einfluss der zweiten und dritten Ordnung aufgrund der Braggstreuung auf die Messdaten der Zählrate  $N_3$  bei Molybdän abgebildet. Die Normierung erfolgte dabei mit Division durch 6 beziehungsweise 36. Zusätzlich wurde für die Winkelbereiche bis  $18^\circ$  eine lineare Regression für die normierte 2. Ordnung erstellt, um den Einfluss der zweiten Ordnung auf die Messdaten ins Verhältnis zu setzen, was violett auf der linken y-Achse dargestellt ist.



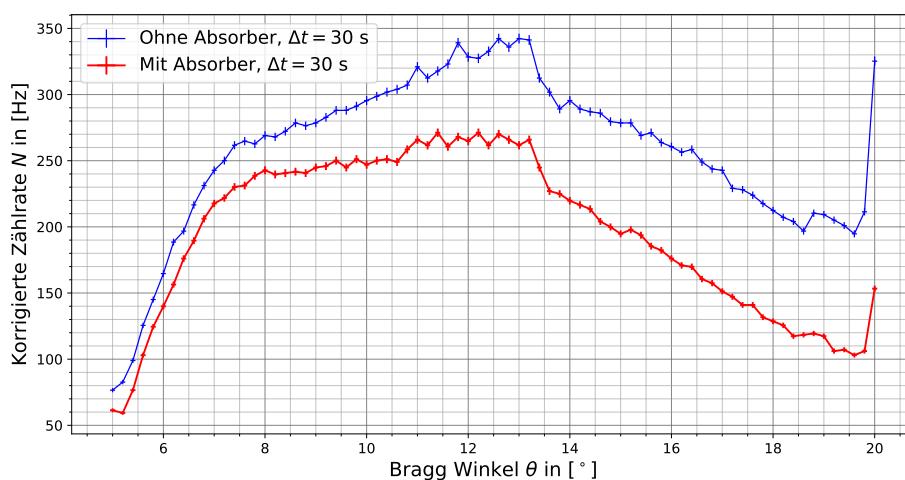
**Abb. A.10.:** Die Transmission  $T$  des Aluminiumabsorbers bestimmt aus den Zählraten  $N_1$  ohne und  $N_2$  mit Absorber für die Kupferanode in Abhängigkeit des Braggwinkels.



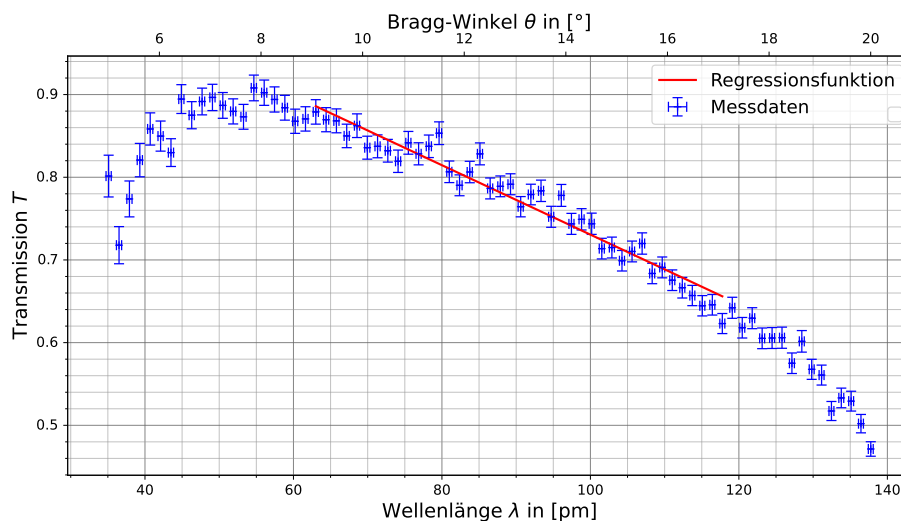
**Abb. A.11.:** Die Transmission  $T$  des Aluminiumabsorbers bestimmt aus den Zählraten  $N_1$  ohne und  $N_2$  mit Absorber für die Molybdänanode in Abhängigkeit des Braggwinkels.



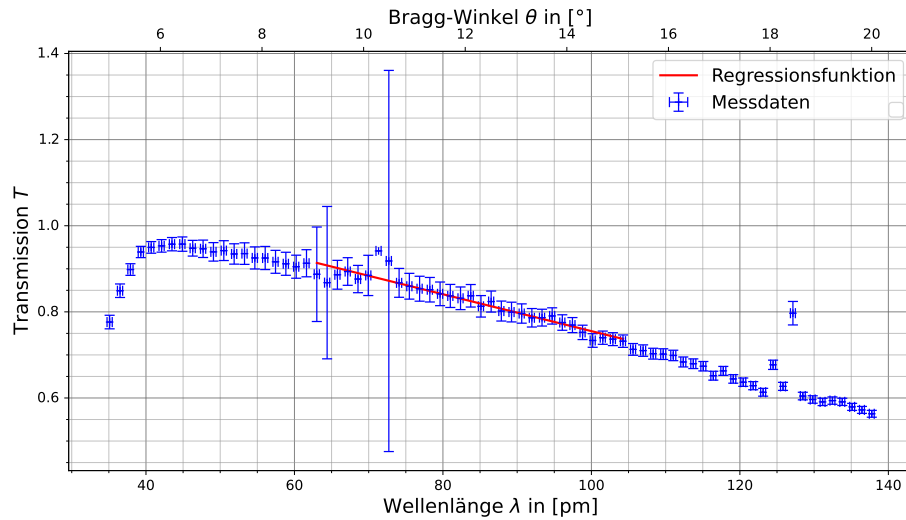
**Abb. A.12.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten  $N_3$  und  $N_4$  in Hz für die Eisenanode in Abhängigkeit des Braggwinkels  $\theta$  in  $^\circ$ .



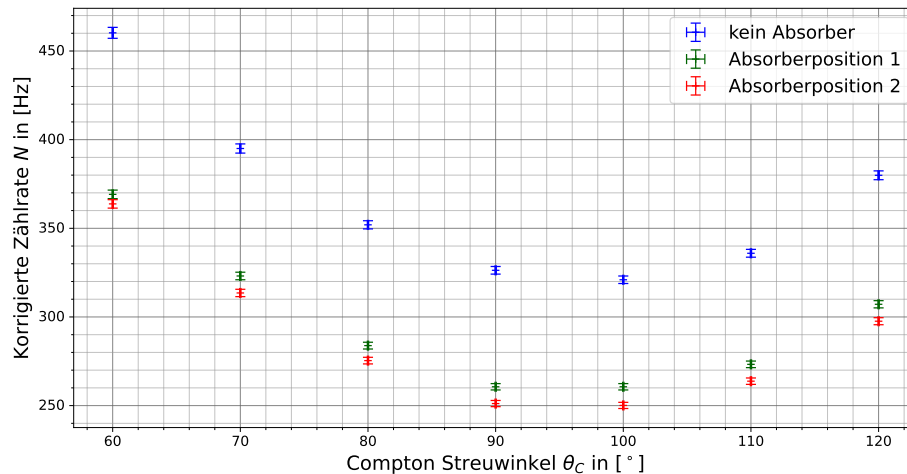
**Abb. A.13.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten  $N_3$  und  $N_4$  in Hz für die Kupferanode in Abhängigkeit des Braggwinkels  $\theta$  in  $^\circ$ .



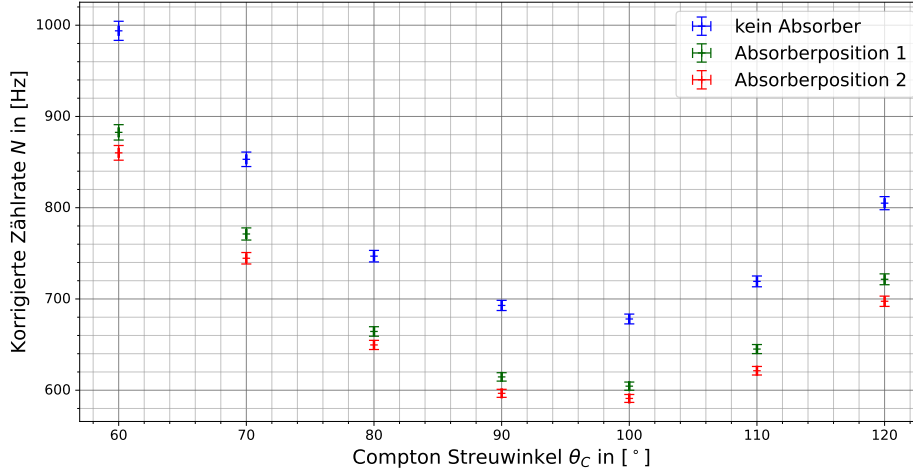
**Abb. A.14.:** Die Transmissionskurve  $T(\lambda) = N_3/N_4$  als Funktion der Wellenlänge mit entsprechendem Fehler für die Kupferanode. Zusätzlich ist im eingeschränkten Winkelbereich eine lineare Regressionsfunktion  $T(\lambda) = m \cdot \lambda + n$  angeglichen mit den Parametern, wie in Tabelle 3.5 angegeben.



**Abb. A.15.:** Die Transmissionskurve  $T(\lambda) = N_3/N_4$  als Funktion der Wellenlänge mit entsprechendem Fehler für die Molybdänanode. Zusätzlich ist im eingeschränkten Winkelbereich eine lineare Regressionsfunktion  $T(\lambda) = m \cdot \lambda + n$  angeglichen mit den Parametern, wie in Tabelle 3.5 angegeben.



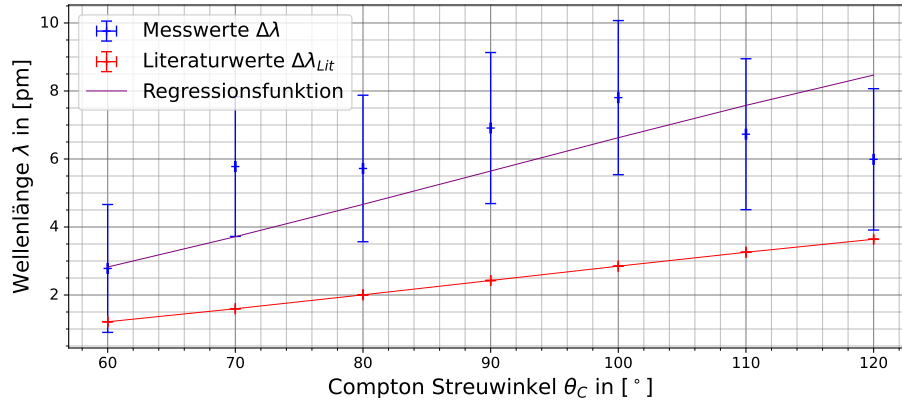
**Abb. A.16.:** Die korrigierten Zählraten  $N_5$ ,  $N_6$  und  $N_7$  in Hz der Messung bei Streuung am Plexiglaskörper in den unterschiedlichen Absorberpositionen, aufgetragen gegen den Comptonstreuwinkel  $\theta_C$  in  $^\circ$  bei Verwendung der Kupferanode.



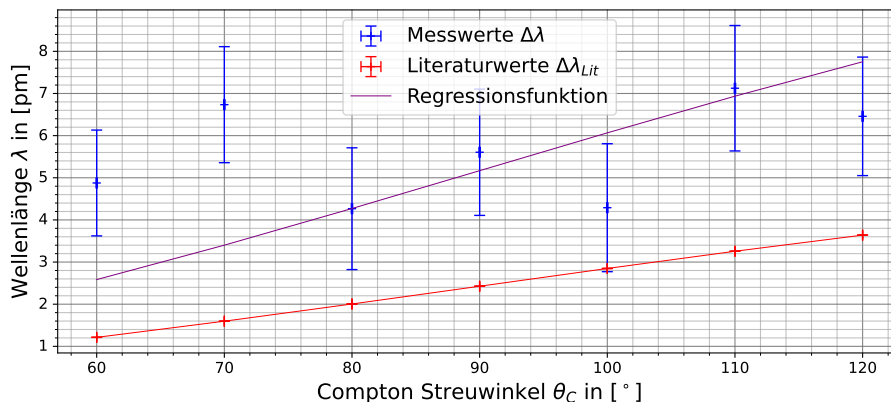
**Abb. A.17.:** Die korrigierten Zählraten  $N_5$ ,  $N_6$  und  $N_7$  in Hz der Messung bei Streuung am Plexiglaskörper in den unterschiedlichen Absorberpositionen, aufgetragen gegen den Comptonstreuwinkel  $\theta_C$  in ° bei Verwendung der Molybdänanode.

**Tab. A.2.:** Die Transmissionen  $T$  vor und  $T'$  nach der Streuung beziehungsweise die Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  und die zugehörige Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  aufgrund des Comptoneffekts verglichen mit dem Literaturwert  $\Delta\lambda_{\text{Lit}}$  nach Gleichung 2.7 in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$  für die Molybdänanode.

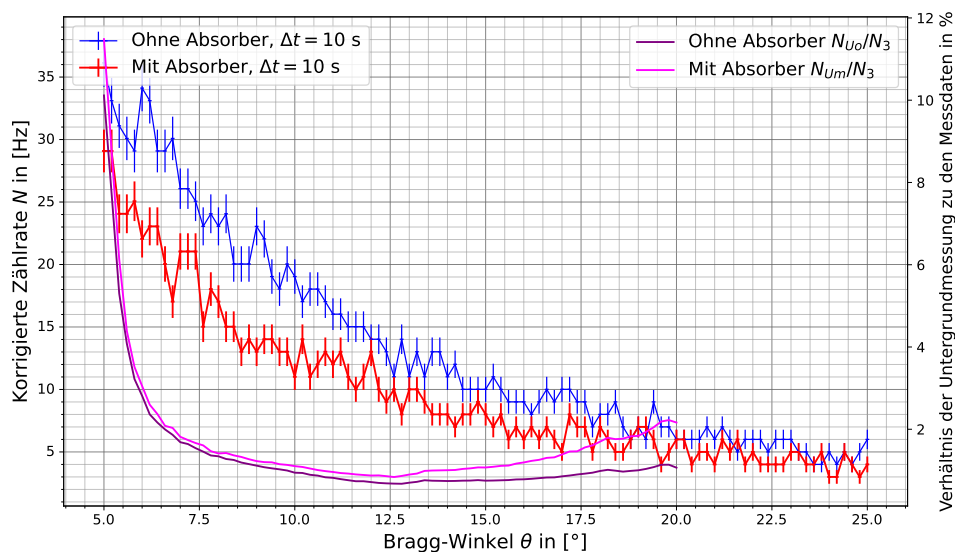
$\theta_C$ [°]	$T$ [%]	$T'$ [%]	$\lambda$ [pm]	$\lambda'$ [pm]	$\Delta\lambda$ [pm]	$\Delta\lambda_{\text{Lit}}$ [pm]
60	$88.8 \pm 1.3$	$86.5 \pm 1.2$	$69.70 \pm 4.36$	$75.58 \pm 4.47$	$4.88 \pm 1.26$	1.21
70	$90.4 \pm 1.2$	$87.3 \pm 1.1$	$66.24 \pm 4.30$	$72.97 \pm 4.45$	$6.73 \pm 1.38$	1.60
80	$89.0 \pm 1.0$	$87.0 \pm 1.0$	$69.38 \pm 4.38$	$73.65 \pm 4.48$	$4.27 \pm 1.44$	2.00
90	$88.7 \pm 1.0$	$86.1 \pm 0.9$	$69.93 \pm 4.41$	$75.54 \pm 4.53$	$5.61 \pm 1.50$	2.43
100	$89.1 \pm 1.0$	$87.2 \pm 0.9$	$68.96 \pm 4.39$	$73.25 \pm 4.48$	$4.29 \pm 1.52$	2.85
110	$89.7 \pm 1.0$	$86.4 \pm 1.0$	$67.79 \pm 4.36$	$74.92 \pm 4.51$	$7.12 \pm 1.49$	3.26
120	$89.6 \pm 1.1$	$86.6 \pm 1.0$	$67.89 \pm 4.34$	$74.36 \pm 4.48$	$6.46 \pm 1.41$	3.64



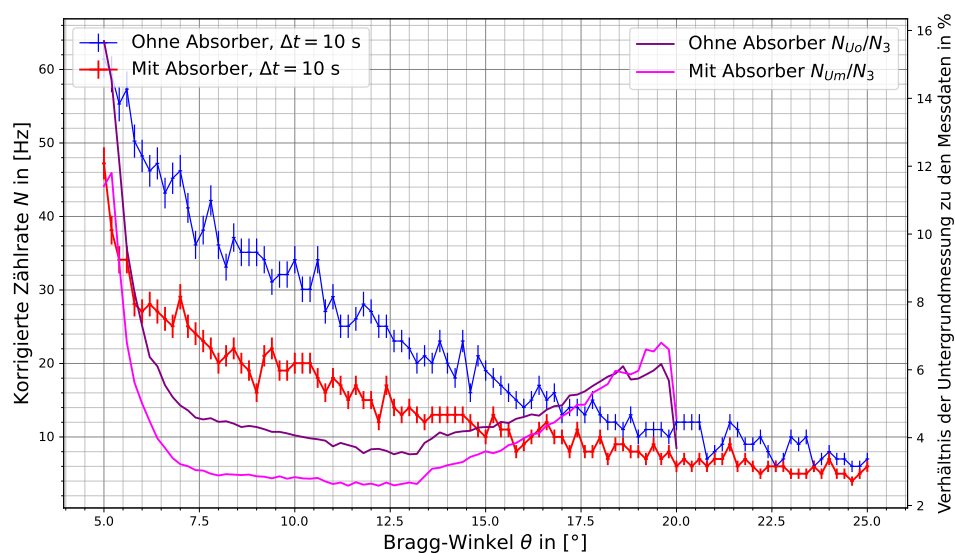
**Abb. A.18.:** Aufgetragen ist für die Kupferanode die Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  bei der Comptonstreuung in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$ . Zusätzlich sind die Literaturwerte und eine Regressionsfunktion  $\lambda(\theta_C) = -p \cdot \cos \theta_C + p$ , um die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  zu bestimmen, eingezeichnet.



**Abb. A.19.:** Aufgetragen ist für die Molybdänanode die Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  bei der Comptonstreuung in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\theta_C$ . Zusätzlich sind die Literaturwerte und eine Regressionsfunktion  $\lambda(\theta_C) = -p \cdot \cos \theta_C + p$ , um die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  zu bestimmen, eingezeichnet.

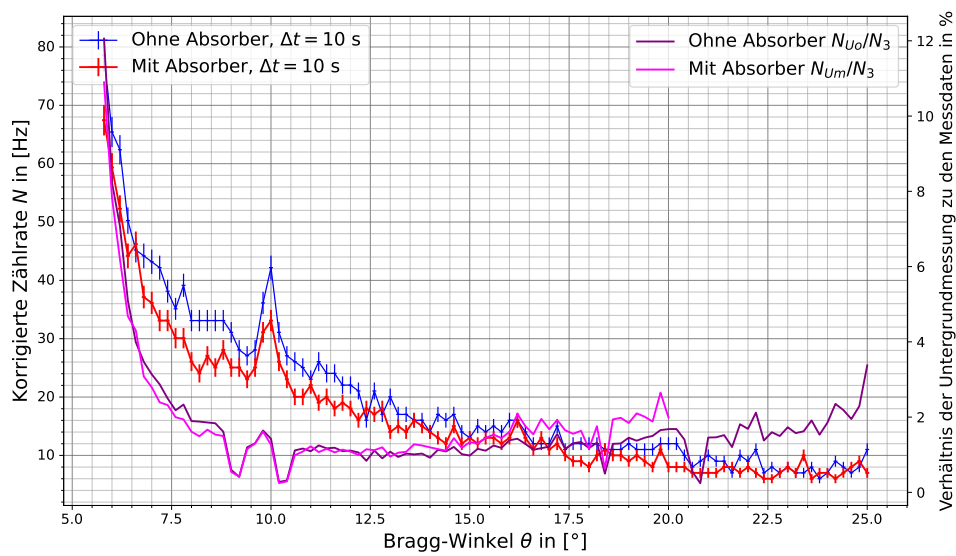


**Abb. A.20.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten der Untergrundstrahlung  $N_{Uo}$  ohne und  $N_{Um}$  mit Absorber in Hz für Eisen auf der linken y-Achse. Zudem sind die Verhältnisse der Untergrundstrahlung zu den Messungen  $N_3$  beziehungsweise  $N_4$  auf der rechten y-Achse in % aufgetragen.



**Abb. A.21.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten der Untergrundstrahlung  $N_{Uo}$  ohne und  $N_{Um}$  mit Absorber in Hz für Kupfer auf der linken y-Achse. Zudem sind die Verhältnisse der Untergrundstrahlung zu den Messungen  $N_3$  beziehungsweise  $N_4$  auf der rechten y-Achse in % aufgetragen.





**Abb. A.22.:** Dargestellt sind die korrigierten Zählraten der Untergrundstrahlung  $N_{Uo}$  ohne und  $N_{Um}$  mit Absorber in Hz für Molybdän auf der linken y-Achse. Zudem sind die Verhältnisse der Untergrundstrahlung zu den Messungen  $N_3$  beziehungsweise  $N_4$  auf der rechten y-Achse in % aufgetragen.



## B. Exemplarische Versuchsanleitung

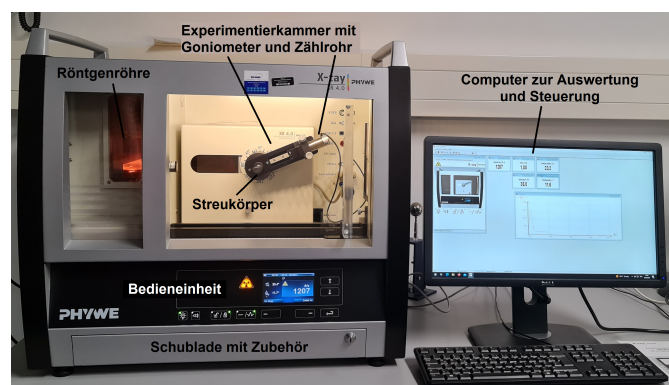
Im folgenden wird eine exemplarische Anleitung für den Versuch vorgestellt, wie sie auch an die Studierenden herausgegeben werden kann. Es wurde sich dabei an der bestehenden Praktikumsanleitung orientiert [35, Versuch 28]:

### Versuch 28-B: Compton-Effekt mit Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen werden in vielen alltäglichen Vorgängen genutzt. Das bekanntestes Beispiel ist wohl die Anwendung in der Medizin zur Diagnostik von inneren Verletzungen oder bei der Sicherheitskontrolle am Flughafen zur Durchleuchtung von Gepäckstücken. Doch auch bei komplexeren physikalischen Vorgängen, wie der Analyse von Kristallstrukturen, sind sie nützlich, da die Gitterkonstanten solcher Körper im Wellenlängenbereich von Röntgenstrahlung liegen, was bei der Bragg-Reflexion genutzt wird. Arthur H. COMPTON entdeckte mithilfe von Röntgenstrahlen den nach ihm benannten Comptoneffekt, welcher die Energieübertragung eines Röntgenphotons auf ein Elektron bei der Streuung von Röntgenstrahlung an geladener Materie beschreibt.

#### Versuchsaufbau

Die Abbildung B.1 zeigt ein Foto des Versuchsaufbaus mit entsprechendem Zubehör. Zu erkennen ist das Vollschutzröntgengerät der Firma PHYWE. Verwendet werden für den Versuch die Anodenmaterialien Eisen, Kupfer und Molybdän, was auf den Geräten entsprechend angegeben ist. In den Apparaturen ist ein Goniometer mit einem Geiger-Müller-Zählrohr fest installiert, in dessen anderen Arm ein Beugungskristall aus Lithiumfluo-



**Abb. B.1.:** Fotografie des Versuchsaufbaus.

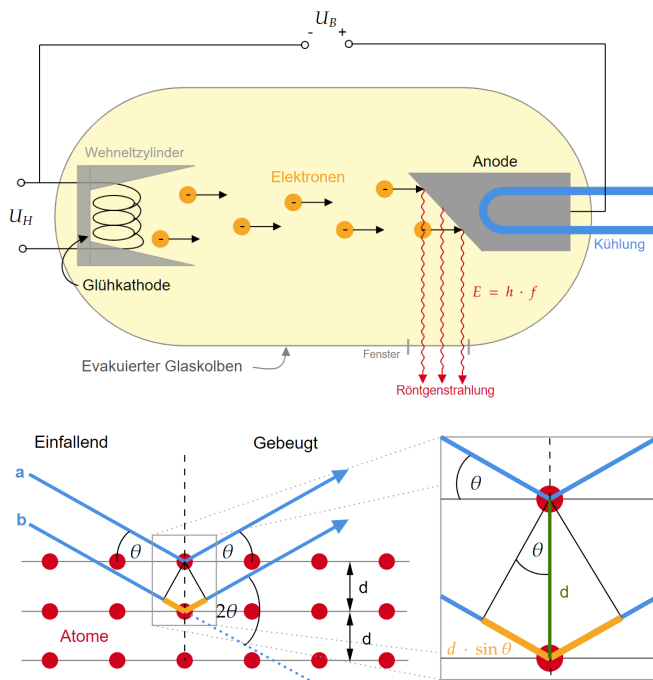
## B. Exemplarische Versuchsanleitung

rid (201 pm) oder ein Comptonstrekörper eingesetzt werden kann. Die entsprechenden Streukörper und anderes Zubehör wie Blenden mit verschiedenen Durchmessern, Absorberfolien mit unterschiedlichen Dicken und Monochromatoren können der Zubehörschublade entnommen werden. Ausgewertet und gesteuert wird die Einheit über eine Software an dem beistehenden Computer oder über das integrierte Bedienfeld.

## Grundlagen

### Das Röntgenspektrometer

Wie in Abbildung B.2 erkennbar, besteht die Röntgenröhre aus einer Glühkathode, welche durch eine angelegte Heizspannung  $U_H$  Elektronen emittiert, und einer Anode. Durch die Beschleunigungsspannung  $U_B$  zwischen den Elektroden werden die Elektronen durch den evakuierten Glaskolben in Richtung der abgeschrägten Anode beschleunigt.



**Abb. B.2.:** Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre oben und Reflexion der Röntgenstrahlung an den Netzebenen eines Kristalls nach Bragg unten.

Beim Auftreffen auf die Anode wird durch das plötzliche Abbremsen Bremsstrahlung und durch Anregung der Atome charakteristische Strahlung freigesetzt, wovon der größte Teil in Wärme umgewandelt wird. Um das Energiespektrum der Röntgenstrahlung zu analysieren, wird die Bragg-Reflexion verwendet. Dabei werden die Photonen an den verschiedenen Netzebenen eines Kristallgitters reflektiert, wodurch ein winkelabhängiger Gangunterschied und somit Interferenz entsteht. Mithilfe der Bragg-Bedingung

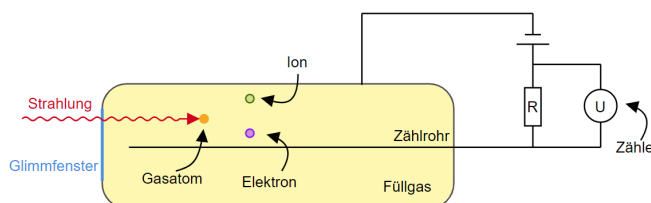
$$2 \cdot d \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \quad (\text{B.1})$$

lässt sich von einer vom Winkel abhängigen Intensitätsverteilung  $I(\theta)$ , welche mit einem Spektrometer gemessen werden kann, auf eine wellenlängen- bzw. energieabhängige Intensitätsverteilung  $I(\lambda)$  schließen. Dabei beschreibt  $\lambda$  die Wellenlänge der einfallenden Photonen,  $n = 1, 2, 3, \dots$  die Ordnung des gemessenen Maximums und  $d$  den materialab-

hängigen Abstand der Netzebenen.

## Geiger-Müller-Zählrohr

Ein Geiger-Müller-Zählrohr weist ionisierende Strahlung nach, indem es die Intensität des Photonenstrahls misst. Es beruht auf der Ionisation des Gases durch den von außen in den zylindrischen Kondensator eindringenden Photonenstrahl und darauffolgender Stoßionisation zwischen den ionisierten Atomen und den Elektronen, wodurch es aufgrund eines anliegenden elektrischen Feldes zu Elektronenlawinen kommt (siehe Abb. B.3).



**Abb. B.3.:** Funktionsweise eines Geiger-Müller-Zählrohrs.

Zwischen den aufgenommenen Signalen gibt es aber eine gewisse Totzeit  $\tau$ , in welcher die neuen Signale nicht gemessen werden können, wodurch ein Fehler entsteht. Die wirkliche Anzahl an gezählten Signalen  $N$  lässt sich beschreiben durch:

$$N_{\text{koriert}} = \frac{N_{\text{gemessen}}}{1 - \tau \cdot N_{\text{gemessen}}} . \quad (\text{B.2})$$

## Bremsstrahlung

Durch den Abbremsvorgang des Elektrons an der Anode wird die kinetische Energie ganz oder teilweise in einen Röntgenquant umgewandelt. Die Energie entspricht also maximal der kinetischen Energie des Atoms vor dem Abbremsen. Da die einzelnen Elektronen unterschiedlich viel Energie abgeben, entsteht ein Spektrum an Röntgenstrahlung mit der Grenzwellenlänge  $\lambda_g$  und es gilt nach dem Gesetz von DUANE-HUNT:

$$e \cdot U_B = E_{\text{kin}} = \frac{h \cdot c}{\lambda_g} . \quad (\text{B.3})$$

## Charakteristische Röntgenstrahlung

Wie bereits erwähnt beruht die charakteristische Strahlung auf dem Wechsel der Elektronen der Anodenatome auf niedrigere Energieniveaus. Hier gilt für die Frequenz der emittierten Strahlung  $f$  das MOSELEYSche Gesetz:

$$f = R_{\infty} \cdot (Z - 1)^2 \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_s^2} \right) . \quad (\text{B.4})$$

## B. Exemplarische Versuchsanleitung

Dabei beschreibt  $R_\infty$  die Rydbergkonstante,  $Z$  die Kernladungszahl und  $n_x$  die Hauptquantenzahl der Schale des niedrigeren Energieniveaus  $n_f$  und der Schale des höheren Energieniveaus  $n_s$ .

### Absorption von Röntgenstrahlung

Der dominante Effekt, durch welchen Röntgenstrahlen ihre Intensität verringern, ist die Absorption durch den Photoeffekt. Die Intensität nach der Durchquerung eines Materials mit der Schichtdicke  $x$  ist durch das LAMBERT-BEER-Gesetz

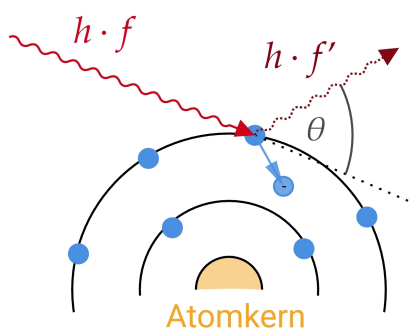
$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (\text{B.5})$$

gegeben. Dabei ist  $I_0$  die Intensität vor dem Auftreffen auf das Material und  $\mu$  dessen Absorptionskoeffizient. Die Transmission  $T$  beschreibt die Durchlässigkeit eines Materials für eine elektromagnetische Welle. Für einen Absorber bestimmt sie sich durch:

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (\text{B.6})$$

### Comptoneffekt

Werden Photonen an elektrisch geladenen Teilchen wie Elektronen gestreut, so verändert sich die Wellenlänge der Photonen in Abhängigkeit des Streuwinkels. Dieser Vorgang wird durch den COMPTON-Effekt beschrieben und kann durch Betrachtung des Teilchencharakters als Stoßvorgang mit Energie- und Impulserhaltung erklärt werden (siehe Abb. B.4).



**Abb. B.4.:** Schematische Darstellung des Comptoneffekts bei Streuung an Elektronen der Atomhülle.

Die Hüllenelektronen können dabei vor dem Stoß als ruhend angenommen werden, wodurch das Photon beim Stoß mit dem Elektron einen Teil seiner kinetischen Energie an das Elektron überträgt. Für den Wellenlängenunterschied  $\Delta\lambda$  des Photons gilt dabei:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta). \quad (\text{B.7})$$

Hier ist  $h$  das plancksche Wirkungsquantum,  $m_e$  die Elektronenmasse,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $\theta$  der Streuwinkel. Der Vorfaktor  $\frac{h}{m_e \cdot c}$  wird dabei häufig auch als Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  bezeichnet.

## Bemerkungen

Für die Messung ist es wichtig, dass die Goniometer richtig kalibriert wurden. Um unbeabsichtigte Dejustierungen zu erkennen, prüfen Sie bitte zu Beginn der Messung, ob die gemessenen charakteristischen Linien mit den Literaturwerten in Tabelle B.3 übereinstimmen. Falls nicht, wenden Sie sich bitte an die Praktikumsleitung.

Bitte beachten Sie, dass die Röhre bei längerer Standzeit zunächst etwa 10 Minuten bei maximal 25 kV Anodenspannung betrieben werden muss, um Schäden am Gerät vorzubeugen.

*Sicherheitshinweise:* Das verwendete Röntgengerät ist ein Vollschutzgerät. Zwei voneinander unabhängige Sicherheitskreise überwachen die Inbetriebnahme der Röhre. Dies ist nur dann möglich, wenn die Fronttür mechanisch und elektronisch verriegelt wurde. Beim Betrieb ist der Aufenthalt in unmittelbarer Nähe (Abstand geringer als 10 cm) zur Gehäuseoberfläche aus Gründen des Strahlenschutzes zu vermeiden.

## Durchführung

Für die Steuerung des Geräts wird der nebenstehende Computer mit der Software *measure* verwendet. Über dieses Programm können alle relevanten Parameter wie Schrittweite, Messzeit, Winkelbereich usw. eingestellt werden. Das Programm ermöglicht zudem eine Auswertung der Messdaten im Programm selbst, kann die Daten jedoch auch zur externen Auswertung exportieren. Die gemessenen Daten müssen im Anschluss an den Versuch auf einem externen Medium (Cloudspeicher oder USB-Stick) gespeichert werden.

### Versuchsteil A - Braggmessung

1. Das Anodenmaterial der Apparatur ist zu notieren und die 2-mm-Blende ist in die Öffnung zwischen Röntgenröhre und Experimentierkammer einzusetzen und der LiF-Kristall ist als Streukörper am Goniometer zu befestigen.<sup>1</sup> Das Goniometer muss über die Software in den 2:1-Kopplungsmodus gebracht werden.
2. Messung des Röntgenspektrums. Es wird je ein Spektrum ohne  $N_1$  und mit  $N_2$  Aluminiumabsorber mit den Parametern  $U = 35 \text{ kV}$ ,  $I = 1 \text{ mA}$ ,  $\Delta\theta = 0.5^\circ$ ,  $\Delta t = 5 \text{ s}$  für die Anodenmaterialien Eisen (Fe) und Kupfer (Cu) aufgenommen. Für die Messung mit Aluminiumabsorber wird dieser in die Halterung vor dem Geiger-Müller-Zählrohr geschoben. Die Winkelbereiche sind in Tabelle B.1 angegeben.
3. Messung der Transmissionskurve. Es wird je ein Spektrum ohne  $N_3$  und mit  $N_4$  Aluminiumabsorber mit den Parametern  $U = 35 \text{ kV}$ ,  $I = 1 \text{ mA}$ ,  $\Delta\theta = 0.2^\circ$ ,  $\Delta t = 30 \text{ s}$

---

<sup>1</sup>Alles Zubehör befindet sich in der Zubehörschublade unterhalb der Experimentierkammer.

## B. Exemplarische Versuchsanleitung

**Tab. B.1.:** Parameter für die Aufnahme des Röntgenspektrums bei den Messungen  $N_1$  und  $N_2$ .

Anode	$\theta_{\min}$ [°]	$\theta_{\max}$ [°]
Fe	3	75
Cu	3	75
Mo	-	-

**Tab. B.2.:** Parameter für die Aufnahme des Röntgenspektrums bei den Messungen  $N_3$  und  $N_4$ .

Anode	$\theta_{\min}$ [°]	$\theta_{\max}$ [°]
Fe	5	20
Cu	5	20
Mo	3	25

bei allen Anodenmaterialien (auch Molybdän (Mo)) aufgenommen. Die Winkelbereiche für die Messungen sind in Tabelle B.2 angegeben.

### Versuchsteil B - Comptonmessung

- Die 2-mm-Blende wird gegen die 5-mm-Blende und der LiF-Kristall gegen den Comptonstrekörper aus Plexiglas ausgetauscht. Das Goniometer wird auf einen festen Kristallwinkel von  $10^\circ$  eingestellt.
- Messung des Comptoneffekts. Es werden drei Messungen unter Variation der Absorberposition durchgeführt. Eine ohne Absorber  $N_5$  und je eine mit Absorber vor  $N_6$  und nach  $N_7$  dem Streukörper. Der Absorber wird für die Position vor dem Streukörper mittels eines Reiters für die optische Bank direkt in den Strahlengang gebracht. Die Parameter für die Messung sind  $U = 35 \text{ kV}$ ,  $I = 1 \text{ mA}$ ,  $\Delta\theta = 10^\circ$ ,  $\Delta t = 100 \text{ s}$  und es wird für alle Anodenmaterialien in einem Winkelbereich von  $60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$  gemessen.

### Angaben

- Gitterkonstante des Lithiumfluoridkristalls:  $d_{\text{LiF}} = 201 \text{ pm}$
- Dicke des Aluminiumabsorbers:  $x_{\text{Al}} = 0.08 \text{ mm}$
- Totzeit des Zählrohres mit geschätzter Unsicherheit:  $\tau = (100 \pm 10) \mu\text{s}$



**Tab. B.3.:** Charakteristische Linien der verwendeten Anodenmaterialien [33].

Anode	$E_{K_{\alpha_1}}$ [eV]	$E_{K_{\alpha_2}}$ [eV]	$E_{K_{\beta}}$ [eV]
Fe ( $Z = 26$ )	6404	6391	7058
Cu ( $Z = 29$ )	8048	8028	8905
Mo ( $Z = 42$ )	17479	17374	19599

## Auswertung

1. Alle Messwerte  $N(\theta)$  sind bezüglich der Totzeit des Zählrohres zu korrigieren. In der weiteren Auswertung ist mit den korrigierten Werten zu rechnen.<sup>2</sup>
2. Tragen sie für die Eisen und Kupferanode das Spektrum der Messungen  $N_1$  und  $N_2$  und für die Molybdänanode für  $N_3$  und  $N_4$  grafisch auf und bestimmen Sie die Liniemaxima und vergleichen Sie diese mit den Literaturwerten der charakteristischen Linien.
3. Tragen Sie die oben angegebenen Messungen in Abhängigkeit der Energie auf und deuten Sie die gemessenen Daten nach dem Gesetz von DUANE-HUNT hinsichtlich ihrer Relevanz für die weitere Auswertung.
4. Berechnen Sie die Winkelbereiche, in denen die höheren Ordnungen der Bragg-Streuung einen Einfluss auf die Messdaten haben und tragen Sie diesen Einfluss der 2. Ordnung normiert gegen die Messdaten auf. Nutzen Sie dafür die Daten aus der Messung ohne Absorber als Grundlage. Schätzen Sie zudem ab, ab welchem Winkelbereich die 2. Ordnung einen höheren Einfluss als 15 % auf die Messung ausübt.
5. Bestimmen Sie die Transmission aus den Messungen  $N_3$  und  $N_4$  und tragen Sie diese gegen die Wellenlänge  $\lambda$  auf. Führen Sie eine lineare Regression in dem nach 3 und 4 eingeschränkten Bereich durch, um eine lineare Transmissionskurve annähern zu können.
6. Ermitteln Sie aus den korrigierten Zählraten  $N_5$ ,  $N_6$  und  $N_7$  die mittlere Transmission der Röntgenstrahlung vor  $T = N_6/N_5$  und nach  $T' = N_7/N_5$  der Streuung und tragen Sie diese gegen den Comptonstreuwinkel grafisch auf.

<sup>2</sup>Es kann aufgrund einer Ungenauigkeit in der Herstellerangabe der Totzeit zu einer Überkorrektur der Zählrate in den negativen Bereich kommen. In diesem Fall ist für die betroffenen Werte mit den gemessenen, unkorrigierten Zählraten fortzufahren. Dies ist in der Fehlerbetrachtung zu berücksichtigen.

## B. Exemplarische Versuchsanleitung

7. Nutzen Sie die gefundene Transmissionskurve  $T(\lambda)$  aus 5 um aus der Transmission die mittlere Wellenlänge vor  $\lambda$  und nach  $\lambda'$  der Streuung auszumachen.
8. Stellen Sie die Wellenlängenzunahme  $\Delta\lambda$  grafisch dar und vergleichen Sie sie mit dem Literaturwert. Führen Sie zudem eine Regression mit  $\lambda(\theta) = -\lambda_C \cdot \cos \theta + \lambda_C$  durch, um die Comptonwellenlänge  $\lambda_C$  abschätzen zu können. Vergleichen Sie diese ebenfalls mit der Literatur.

## C. Vorlage für die Auswertung des Versuchs mit Python

Die Auswertung der Messdaten erfolgte mit Python. Ein Vorlage für die Auswertung kann unter folgendem Link abgerufen werden:

<https://owncloud.gwdg.de/index.php/s/eOoOSJkok0oxXbu>



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Danke sagen, die mich bei Erstellung dieser Arbeit unterstützt und ermutigt haben.

Zunächst möchte ich mich bei Jörn Große-Knetter für die Betreuung meiner Arbeit, der fachkundigen Anleitung, Geduld und Unterstützung bei aufgetretenen Problemen sowie bei Arnulf Quadt für die Möglichkeit, meine Arbeit in seiner Arbeitsgruppe zu schreiben, bedanken.

Ein weiterer Dank gilt Steffen Korn, der sich bereit erklärt hat, diese Seiten als erfahrener Physiker Korrektur zu lesen und mir so viele wichtige Hinweise geben konnten, die für die erfolgreiche Fertigstellung unerlässlich waren.

Des weiteren bedanke ich mich bei allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe, speziell denen des Hardware-Meetings, die mich bei meinem wöchentlichen Fortschrittsbericht mit Fragen und Anregungen unterstützt haben.

Ein besonderer Dank gilt jedoch auch meinen Freunden, Kommilitonen und meiner Familie, die mich durch motivierende Gespräche, aufmunternde Worte und Hinweisen aus Sicht der Unbeteiligten unterstützt haben.

**Erklärung** nach §10 (5) der Prüfungsordnung für den Zwei-Fächer-Bachelor-Studiengang Physik der Georg-August-Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe.

Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestandenenen Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 04. Juli 2023

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'R. Murk', is centered on the page. The signature is written in a cursive style with a large initial 'R'.

(Richard Benedikt Murk)