Sonderdruck aus „Moderne Methoden der Pflanzenzüchtung"
DLG-Verlag, Frankfurt am Main, 1957

Zur Auswertung und Wirksamkeit teilweise balancierter Gitteranlagen

Dr. F. W. Schnell
Max-Planck-Institut für Züchtungsforschung
(Erwin-Baur-Institut), Zweigstelle Scharnhorst, b. Neustadt a. Rbg.

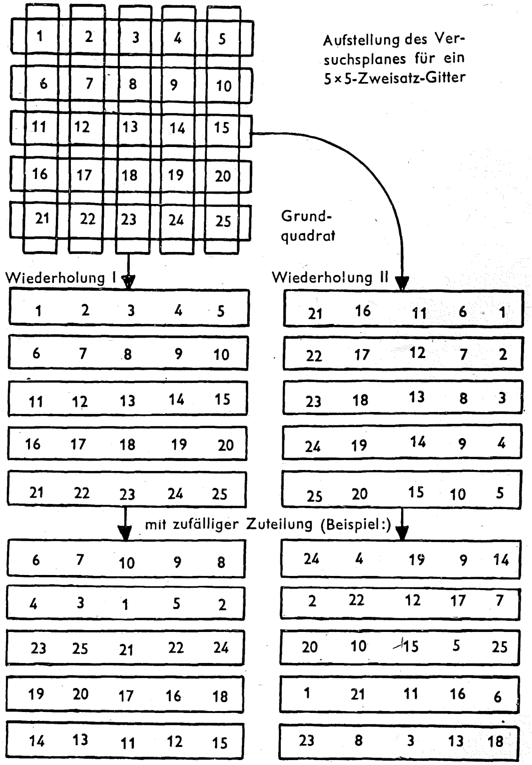
Wenn in einem Feldversuch eine größere Anzahl von Prüfgliedern (z. B. Zuchtstämme) miteinander verglichen werden soll, bringt eine Anlage in Blöcken, die ja sämtliche Parzellen einer Wiederholung enthalten, die Gefahr mit sich, daß Bodenunterschiede innerhalb der großen Blöcke stark in Erscheinung treten und einen hohen Versuchsfehler verursachen. Um dem begegnen zu können, führte *Yates* (1936) Versuchsanlagen mit *unvollständigen Blöcken* ein. Diese inzwischen weit entwickelten Anlagemethoden werden in Deutschland noch wenig angewendet (vgl. *Krüger* u. *v. Lochow* 1956), nicht zuletzt wohl deshalb, weil man die Rechenarbeit der Auswertung scheut oder die dabei durchzuführenden Korrekturen der Prüfgliedmittelwerte in ihrer biologischen Berechtigung bezweifelt; auch die durch die Anlagemethoden gegebenen Bindungen der Anzahl der Prüfglieder und, besonders bei „balancierten" Anlagen, der Anzahl der Wiederholungen mögen abschrecken. Für eine wichtige Gruppe unter den Anlagen mit unvollständigen Blöcken, nämlich für *teilweise balancierte Gitter* (partially balanced lattices), die auch bei großer Prüfgliederanzahl mit wenigen Wiederholungen durchführbar sind, wird im folgenden der Gang der Auswertung erläutert und die Wirksamkeit der Methode an einigen Versuchsergebnissen demonstriert. Ferner wird eine vereinfachte Auswertung für das Zweisatz-Gitter dargelegt.

1. Auswertung teilweise balancierter Gitter

Bei den hier betrachteten Gitteranlagen muß die Anzahl der Prüfglieder das *Quadrat* der Parzellenzahl jedes unvollständigen Blockes sein. Beläuft sich die Anzahl der Prüfglieder z. B. auf $k^2 = 25$, so hat ein Block $k = 5$ Parzellen und eine vollständige Wiederholung umfaßt $k = 5$ solche Blöcke. Bei der Zuteilung der Prüfglieder auf die Blöcke verfährt man nun nach dem Prinzip, daß zwei Prüfglieder, die in irgendeiner Wiederholung in den gleichen Block gestellt werden, in jeder anderen Wiederholung in verschiedene Blöcke kommen. Auf diese Weise lassen sich bis zu $(k + 1)$ Wiederholungen konstruieren. Beispielsweise kann das Prüfglied 1 einer 5×5-Gitteranlage, wenn es in der ersten Wiederholung zusammen mit den Prüfgliedern 2 bis 5 den Block (1, 2, 3, 4, 5) bildet, in weiteren fünf Wiederholungen je mit einer anderen Vierergruppe der restlichen Prüfglieder 6 bis 25 zusammen in einem Block stehen. Einen so für $(k + 1)$ Wiederholungen konstruierten Versuchsplan nennt man ein *balanciertes Gitter*, weil darin *jedes* Paar von Prüfgliedern einmal (und nur einmal) in einem gemeinsamen Block erscheint. Teilweise balancierte Gitter sind solche mit weniger als $(k + 1)$ Wiederholungen, und zwar sprechen wir nach einem Vorschlag von *Rundfeldt* (unveröffentlicht) bei $r = 2$ Wiederholungen von einem *Zweisatz-Gitter* (simple lattice), bei $r = 3$ Wiederholungen von einem *Dreisatz-Gitter* (triple lattice), usw.

Die umseitige Skizze zeigt die Aufstellung des Versuchsplanes für ein 5×5-Zweisatz-Gitter. In das *Grundquadrat* (oben) werden die Nummern der

25 Prüfglieder eingetragen. Man schreibt dann aus jeder *Zeile* des Grundquadrates für einen Block der Wiederholung I (Mitte links) die Prüfgliednummern heraus, ebenso aus jeder *Spalte* die Prüfgliednummern für einen Block der Wiederholung II (Mitte rechts). Schließlich legt man für jede Wiederholung eine zufällige Reihenfolge der Blöcke fest und nimmt gleichzeitig für jeden Block — unabhängig von den anderen Blöcken — eine zufällige Zuteilung der Prüfglieder auf die Parzellen vor (z. B. wie in der Skizze unten). Es ist notwendig,



auch die Prüfgliednummern nach Zufall den einzelnen Sorten bzw. Behandlungen zuzuteilen. Bei der Plazierung der 10 Blöcke auf die Versuchsfläche kommt es darauf an, daß der Boden *innerhalb* jedes Blockes möglichst gleichmäßig ist. Die Lage der Blöcke zueinander ist an sich beliebig. Zweckmäßigerweise ordnet man die Blöcke jeder Wiederholung hintereinander (wie in der Skizze) oder nebeneinander in einer fortlaufenden Parzellenreihe an.

Bei mehr als 2 Wiederholungen ist die Versuchsanlage nicht ganz so einfach. Am besten geht man dann von Gitterplänen aus, die in einschlägigen Werken wie bei *Cochran* u. *Cox* (1950) verfügbar sind.

An einem praktischen Beispiel werden wir nun den Gang der Auswertung eines Zweisatz-Gitters erläutern, ohne jedoch die mathematisch-statistische Ableitung der Analyse darzustellen, die z. B. bei *Anderson* u. *Bancroft* (1952) zu finden ist.

Wir geben die Formeln stets für den allgemeinen Fall, d. h. für r Wiederholungen und k^2 Prüfglieder, so daß damit auch Dreisatz-Gitter usw. analysiert werden können. Diese Formeln eignen sich ferner für ein balanciertes Gitter mit $r = (k + 1)$ Wiederholungen, obwohl für diesen Spezialfall auch eine einfachere Auswertung möglich ist. Dagegen passen die Formeln nicht für einen Versuch mit mehrmaliger Anlage des gleichen Gitterplanes (lattice repeated).

Aus einer Körnermais-Prüfung, die 1953 in Scharnhorst als Viersatz-Gitter durchgeführt wurde, nehmen wir 2 Wiederholungen als Beispiel eines 5×5-Zweisatz-Gitters heraus. In Tab. 1 oben sind in dz/ha die Parzellenerträge y hinter den (eingeklammerten) Prüfgliednummern aufgeführt, und zwar enthält jede Zeile die 5 Parzellenerträge eines Blockes, zusammen mit der Blocksumme B und weiteren Zahlenwerten, die wir später erklären. Die ersten 5 Zeilen bzw. Blöcke gehören zur Wiederholung I, die zweiten 5 Blöcke bilden die Wiederholung II. Die aus den Blocksummen erhaltenen Wiederholungssummen R addieren sich ihrerseits zur Gesamtsumme G. Man braucht ferner die Prüfgliedsummen T, die bei Zweisatz-Gittern zweckmäßigerweise in der Anordnung des Grundquadrates (wie in Tab. 1, Mitte) zusammengestellt werden.

Die Analyse geht von der Annahme aus, daß jeder Parzellenertrag die Summe von 5 Komponenten ist, nämlich eines Gesamtmittels, einer Abweichung als Effekt des betreffenden Prüfgliedes, einer Abweichung als Wiederholungseffekt, einer Abweichung als Blockeffekt innerhalb der Wiederholung und einer zufallsveränderlichen Restabweichung als Fehlergröße. Werden nun zwei Prüfgliedmittel verglichen, so heben sich in ihrer Differenz das Gesamtmittel und die Wiederholungseffekte auf. Im Gegensatz zu einfacheren Versuchsanlagen enthält aber eine solche Differenz zweier Prüfgliedmittel nicht nur die Differenzen der Fehlergrößen und der beiden interessierenden Prüfgliedeffekte sondern auch Blockeffekte, da die beiden Prüfglieder ja höchstens einmal in einem gemeinsamen Block standen. Deshalb ist eine *Bereinigung der Prüfgliedmittel von unterschiedlichen Blockeffekten* notwendig, wenn wir die in der Versuchsanlage verfügbare Präzision erreichen wollen. Da die „wahren" Blockeffekte nicht bekannt sind, müssen sie aus den Beobachtungen geschätzt werden. Im ersten Augenblick könnte man auf den Gedanken kommen, die einzelnen Blockeffekte aus den Abweichungen der Blocksummen B von ihrem Durchschnitt zu schätzen. Jede dieser Blocksummen enthält aber einen anderen Satz von k Prüfgliedeffekten. Jetzt kommt uns die Gitteranlage insofern zu Hilfe, als die k Prüfglieder irgendeines Blockes der ersten Wiederholung in jeder anderen Wiederholung in *k verschiedenen* Blöcken standen. Wenn wir z. B. in Tab. 1 die Differenzen der Parzellenerträge des ersten Blockes zu den Erträgen derselben Prüfglieder in der Wiederholung II errechnen, finden wir mit $63 - 63 = 0$, $68 - 58 = +10$, $61 - 46 = +15$, $40 - 43 = -3$ und $67 - 56 = +11$ überwiegend positive Werte. Diese Differenzen enthalten zwar Fehlergrößen, aber keine Prüfgliedeffekte und je einen anderen Blockeffekt der Wiederholung II, so daß sich deren Abweichungen von Null in der Summe der 5 Differenzen aufheben. Die Summe der Differenzen, die sich auf $C = +33$ beläuft, ist also ein Hinweis dafür, daß die Wiederholung II im Durchschnitt besseren Boden hatte

Tabelle 1

Auswertung eines 5×5-Zweisatz-Gitters
(Körnermaiserträge in dz/ha pro Parzelle)

Wiederholung I					B	C	μC
(1) 63	(2) 58	(3) 46	(4) 43	(5) 56	266	+ 33	+ 3,7
(6) 55	(7) 65	(8) 71	(9) 52	(10) 63	306	— 6	— 0,7
(11) 60	(12) 51	(13) 53	(14) 54	(15) 66	284	+ 26	+ 2,9
(16) 56	(17) 65	(18) 59	(19) 66	(20) 58	304	+ 43	+ 4,8
(21) 58	(22) 61	(23) 57	(24) 54	(25) 59	289	— 15	— 1,7
					1449	+ 81	+ 9,0
Wiederholung II							
(1) 63	(6) 63	(11) 58	(16) 59	(21) 61	304	— 12	— 1,4
(2) 68	(7) 55	(12) 64	(17) 67	(22) 72	326	— 26	— 2,9
(3) 61	(8) 73	(13) 67	(18) 77	(23) 53	331	— 45	— 5,1
(4) 40	(9) 39	(14) 53	(19) 57	(24) 40	229	+ 40	+ 4,5
(5) 67	(10) 70	(15) 68	(20) 87	(25) 48	340	— 38	— 4,3
					1530	— 81	— 9,2

Prüfgliedsummen T und adjustierte Prüfgliedsummen T'

					μC
(1) 126 128,3	(2) 126 126,8	(3) 107 105,6	(4) 83 91,2	(5) 123 122,4	+ 3,7
(6) 118 115,9	(7) 120 116,4	(8) 144 138,2	(9) 91 94,8	(10) 133 128,0	— 0,7
(11) 118 119,5	(12) 115 115,0	(13) 120 117,8	(14) 107 114,4	(15) 134 132,6	+ 2,9
(16) 115 118,4	(17) 132 133,9	(18) 136 135,7	(19) 123 132,3	(20) 145 145,5	+ 4,8
(21) 119 115,9	(22) 133 128,4	(23) 110 103,2	(24) 94 96,8	(25) 107 101,0	— 1,7
μC — 1,4	— 2,9	— 5,1	+ 4,5	— 4,3	

Varianzanalyse

Streuungsursache	SQ	FG	MQ
Wiederholungen	$\sum R^2/k^2 - G^2/rk^2 =$ 131,22	$(r-1) =$ 1	
Prüfglieder (unadj.)	$\sum T^2/r - G^2/rk^2 =$ 2879,68	$(k^2-1) =$ 24	
Blöcke i. Wdh. (adj.)	$\sum C^2/kr\,(r-1)$ $-\sum Rc^2/k^2r\,(r-1) =$ 713,96	$r\,(k-1) =$ 8	89,25 $= E_b$
Intra-Block-Fehler	(aus Differenz) $=$ 623,32	$(k-1)(rk-k-1) =$ 16	38,96 $= E_e$
Gesamt	$\sum y^2 - G^2/rk^2 =$ 4348,18	$(rk^2-1) =$ 49	

$$\mu = (E_b - E_e)/k\,(r - 1)\,E_b = (89{,}25 - 38{,}96)/5 \cdot 89{,}25 = 0{,}1127$$

als der erste Block der Wiederholung I, und stellt zugleich das geeignete Korrekturmaß dar, um die Summe der Parzellenerträge des ersten Blockes auf das durchschnittliche Fruchtbarkeitsniveau der Wiederholung II zu bringen. Entsprechende Korrekturmaße lassen sich auch für die übrigen Blöcke der Wiederholung I gewinnen, so daß alle Blocksummen dieser Wiederholung innerhalb der Fehlergrenzen auf ein gleiches Fruchtbarkeitsniveau umgerechnet werden können. In ähnlicher Weise könnte man die Blockunterschiede innerhalb der Wiederholung II bereinigen. Im allgemeineren Falle, bei r Wiederholungen, errechnet man das Korrekturmaß C eines Blockes, indem man für die k Prüfglieder dieses Blockes die zugehörigen Prüfglied*summen* T addiert und r-mal die Blocksumme B subtrahiert. Nach dieser Regel finden wir, unter Benutzung der in Tab. 1 zusammengestellten Prüfgliedsummen T, für den ersten Block der Wiederholung I: $C = (126 + 126 + 107 + 83 + 123) - 2 \cdot 266 = + 33$. Die Summe der so errechneten C-Werte ist $+ 81$ in der Wiederholung I und $- 81$ in der Wiederholung II. Da sich diese Wiederholungssummen der C-Werte, die wir durch R_c symbolisieren, stets zu 0 addieren müssen, haben wir eine bequeme Rechenkontrolle.

Wenn für jede Blocksumme B in dem jeweiligen C-Wert das geeignete Korrekturmaß gegeben ist, sind davon leicht Korrekturen für die einzelnen Parzellenerträge abzuleiten. In einem 5×5-Zweisatz-Gitter würde auf jeden der 5 Parzellenerträge eines Blockes ein Korrekturbetrag von $^1/_5$ des zugehörigen C-Wertes entfallen. Die entsprechende Korrektur für einen Parzellenertrag in einem balancierten bzw. teilweise balancierten $k \times k$-Gitter wäre $C/k(r - 1)$. Anschließend brauchte man nur für jedes Prüfglied die Parzellenkorrekturen aller Blöcke, in denen das betreffende Prüfglied vorkommt, zur Prüfgliedsumme T zu addieren und erhielte so die für Blockeffekte adjustierten Prüfgliedsummen T''. Ein solches Vorgehen würde der von *Yates* (1936) ursprünglich entwickelten Auswertung folgen, die als *Intra-Block-Analyse* bezeichnet wird, weil sie zur Schätzung der Prüfgliedeffekte nur die Information benutzt, die durch Vergleiche *innerhalb* der einzelnen Blöcke gewonnen wird. Später zeigte *Yates* (1940), daß auch Vergleiche *zwischen* den Blöcken nutzbare Information über die Prüfgliedeffekte liefern. Um auch dieser sogenannten *Inter-Block-Information* habhaft zu werden, müssen wir die in Tab. 1 wiedergegebene Varianzanalyse durchführen.

Man errechnet die Summen der Abweichungsquadrate (SQ), und zwar zunächst wie bei einer gewöhnlichen Blockanlage:

$$\text{„SQ gesamt“} = \sum y^2 - G^2/rk^2$$
$$= (63^2 + 58^2 + \ldots + 48^2) - 2979^2/50 = 4348{,}18\,,$$

$$\text{„SQ Wiederholungen“} = \sum R^2/k^2 - G^2/rk^2$$
$$= (1449^2 + 1530^2)/25 - 2979^2/50 = 131{,}22\,,$$

$$\text{„SQ Prüfglieder (unadjustiert)“} = \sum T^2/r - G^2/rk^2$$
$$= (126^2 + 126^2 + \ldots + 107^2)/2 - 2979^2/50 = 2879{,}68\,.$$

Weiterhin wird die SQ der für Prüfgliedeffekte adjustierten Blöcke innerhalb der Wiederholungen benötigt. Sie läßt sich nicht direkt aus den Blocksummen B gewinnen, weil jedes B andere Prüfgliedeffekte enthält, kann aber aus den C-Werten und deren Wiederholungssummen R_c errechnet werden als

$$\text{„SQ Blöcke i. Wdh. (adj.)“} = \sum C^2/kr(r-1) - \sum R_c{}^2/k^2r(r-1)$$
$$= (33^2 + 6^2 + \ldots + 38^2)/10 - (81^2 + 81^2)/50 = 713{,}96\,.$$

Ferner erhält man durch Subtraktion die SQ der restlichen Abweichungen innerhalb der Blöcke, die als „SQ Intra-Block-Fehler“ bezeichnet wird. Wie üblich ergibt die Division der SQ durch die zugehörigen Freiheitsgrade (FG) die mittleren Abweichungsquadrate (MQ). Hier interessiert uns das MQ für (adjustierte) Blöcke innerhalb der Wiederholungen und das MQ für Intra-Block-Fehler, die mit E_b bzw. E_e symbolisiert seien. Diese beiden MQ liefern uns einen Wägefaktor

$$\mu = (E_b - E_e)/k(r - 1)E_b ,$$

mit dem die C-Werte multipliziert werden. Wir verwenden nun nicht die früher vorgeschlagenen Werte $C/k(r - 1)$ sondern die Produkte μC als Korrekturen für die Parzellenerträge. Für jedes Prüfglied addieren wir die μC-Werte aller Blöcke, in denen das betreffende Prüfglied steht, zur Prüfgliedsumme T und kommen so zu den für Blockeffekte adjustierten Prüfgliedsummen T' bzw. nach Division durch r zu den Mitteln T'/r. Falls E_b kleiner als E_e gefunden wird, setzt man den Wägefaktor μ gleich Null, so daß die Korrekturen ganz wegfallen.

In unserem Beispiel ist $\mu = (E_b - E_e)/5E_b = 0{,}1127$. Neben die C-Werte schreiben wir die Produkte μC, die sich zu Null addieren sollten, von Abrundungsbeträgen abgesehen. Wenn bei einem Zweisatz-Gitter die Prüfgliedsummen T wie im Grundquadrat angeordnet sind, so daß die Zeilen den Blöcken der Wiederholung I und die Spalten den Blöcken der Wiederholung II entsprechen, braucht man nur an das Ende jeder Zeile bzw. Spalte den zugehörigen μC-Wert zu übertragen, um die Prüfgliedsummen bequem adjustieren zu können. In Tab. 1, Mitte, finden wir z. B. für das Prüfglied (1) die adjustierte Prüfgliedsumme $T' = 126 + 3{,}7 - 1{,}4 = 128{,}3$, aus der sich $T'/r = 64{,}2$ als adjustiertes Prüfgliedmittel ergibt.

Mit der Errechnung der adjustierten Prüfgliedmittel T'/r haben wir eine Schätzung der „wahren" Prüfgliedmittel durchgeführt, die die Information aus Vergleichen *innerhalb* der Blöcke und die Information aus Vergleichen *zwischen* den Blöcken in geeigneter Weise miteinander kombiniert. Vielleicht können wir uns das ohne Studium der mathematisch-statistischen Ableitung etwas vereinfacht klarmachen, indem wir den Wägefaktor μ in seiner Abhängigkeit von E_b und E_e betrachten.

Das für den Intra-Block-Fehler errechnete Abweichungsquadrat E_e ist ein Schätzwert für die Varianz der eingangs erwähnten Fehlergrößen. Unabhängig davon wird die Varianz der Fehlergrößen auch durch das mittlere Abweichungsquadrat E_b der (adjustierten) Blöcke innerhalb der Wiederholungen geschätzt, falls die Blockeffekte sich nicht unterscheiden, d. h. sämtlich gleich Null sind. Sind jedoch unterschiedliche Blockeffekte vorhanden, so wird E_b im Durchschnitt der Fälle *größer* als die Varianz der Fehlergrößen und damit auch durchschnittlich größer als E_e sein. Das Größenverhältnis der beiden Schätzwerte E_b und E_e gibt uns also statistische Auskunft darüber, ob das Fruchtbarkeitsniveau der Blöcke tatsächlich verschieden war.

Wenn wir in einer Gitteranalyse E_b nicht größer oder gar kleiner als E_e finden, läßt sich daraus folgern, daß die zutage getretenen Verschiedenheiten der Blöcke nicht durch unterschiedliche Blockeffekte sondern lediglich durch zufällige Kombinationen der Intra-Block-Fehlergrößen hervorgerufen sind. In diesem Falle hat ein Vergleich zweier unkorrigierter Parzellenerträge aus verschiedenen Blöcken einer Wiederholung dieselbe Präzision wie ein Vergleich zweier Parzellen innerhalb eines Blockes. Wir setzen deshalb den Wägefaktor μ gleich Null und nehmen keine Adjustierungen vor, d. h. wir werten den Versuch wie eine gewöhnliche Blockanlage mit r Wiederholungen zu je k^2 Parzellen aus. Bei der Schätzung der Prüfgliedeffekte geben wir damit in jeder Wiederholung sämtlichen möglichen Vergleichen zwischen zwei Parzellen das gleiche Gewicht, ob diese nun in einem gemeinsamen Block oder in verschiedenen Blöcken liegen.

Wenn andererseits die in einer Gitteranalyse geschätzte Blockvarianz E_b infolge einer Variation der Blockeffekte den Intra-Block-Fehler E_e übersteigt, kommen die Parzellenkorrekturen μC zur Anwendung. Wir können uns den extremen Fall vorstellen, daß E_e gegenüber E_b sehr klein gefunden wird und praktisch nicht mehr ins Gewicht fällt. Das Verhältnis $(E_b - E_e)/E_b$ wird damit dem Grenzwert 1 nahekommen, und der Wägefaktor $\mu = (E_b - E_e)/k(r-1)E_b$ wird annähernd den Wert $1/k(r-1)$ haben. Die Parzellenkorrekturen μC gleichen dann praktisch den Parzellenkorrekturen $C/k(r-1)$ der anfangs dargelegten Analyse *ohne Inter-Block-Information*. Die Berechtigung der hier in voller Höhe durchgeführten Korrekturen ist leicht einzusehen. Die Präzision eines Vergleiches zwischen zwei *korrigierten* Parzellenerträgen aus verschiedenen Blöcken einer Wiederholung ist zwar (da die Korrekturen selbst mit einem Fehler behaftet sind) etwas geringer als die eines Vergleiches innerhalb eines Blockes, wird aber wie diese ausschließlich durch den (hier kleinen) Intra-Block-Fehler bestimmt. Demgegenüber hängt die Präzision eines Vergleiches zwischen zwei *unkorrigierten* Parzellenerträgen aus verschiedenen Blöcken einer Wiederholung von der durch E_b geschätzten Blockvarianz ab. Infolgedessen haben die unkorrigierten Prüfgliedmittel in diesem extremen Fall einen so hohen Fehler gegenüber den korrigierten Prüfgliedmitteln, daß wir uns mit Recht ganz auf die letzteren verlassen.

Meistens wird man eine Situation zwischen den beiden skizzierten Extremen haben, indem E_b zwar größer als E_e ist, aber nicht in solchem Ausmaße, daß auf ein starkes Überwiegen der Varianz der Blockeffekte gegenüber der Intra-Block-Varianz geschlossen werden müßte. In solchen Fällen mag die Präzision der voll korrigierten Prüfgliedmittel T''/r und der unkorrigierten Prüfgliedmittel T/r zwar verschieden sein, aber nicht allzu weit auseinander liegen. Wir bekommen dann die besten Schätzwerte für die „wahren" Prüfgliedmittel, wenn wir gewogene Durchschnitte T'/r aus den voll adjustierten und den nicht adjustierten Prüfgliedmitteln bilden, wobei die beiden Komponenten je mit dem Gewicht ihrer Präzision, d. h. des reziproken Betrages ihrer Fehlervarianz, eingesetzt werden. In der Praxis brauchen wir dazu die voll korrigierten Prüfgliedmittel nicht zu errechnen sondern wenden einfach die Korrekturen aus der Intra-Block-Analyse nur mit einem entsprechenden Bruchteil an, den der Wägefaktor μ bestimmt. Hat z. B. E_b den doppelten Betrag wie E_e, so wird $\mu = 1/2k(r-1)$, und die Parzellenkorrekturen sind mit $C/2k(r-1)$ gerade halb so groß wie in der Intra-Block-Analyse. Wenn μ in anderen Fällen größer oder kleiner gefunden wird, ändert sich damit der anzuwendende Bruchteil der Korrekturen, so daß automatisch den voll adjustierten Prüfgliedmitteln T''/r bzw. den nicht adjustierten Prüfgliedmitteln T/r das größere Gewicht in den tatsächlich errechneten Prüfgliedmitteln T'/r gegeben wird. Auf diese Weise können auch bei unterschiedlichen Blockeffekten die direkten (d. h. ohne Korrekturen gezogenen) Vergleiche zwischen verschiedenen Blöcken mit einem geeigneten Anteil berücksichtigt werden, und wir erhalten für die „wahren" Prüfgliedmittel Schätzwerte *mit Inter-Block-Information*.

Wie nahe wir mit Hilfe des Wägefaktors μ an die jeweils bestmöglichen Schätzwerte herankommen, hängt u. a. davon ab, mit welcher Präzision die Blockvarianz durch E_b und die Intra-Block-Fehlervarianz durch E_e geschätzt wird. Die Präzision dieser beiden MQ wird durch die Anzahl ihrer FG bestimmt. In kleineren Versuchsanlagen stehen für E_b relativ wenige FG zur Verfügung, z. B. nur 8 FG in einem 5×5-Zweisatz-Gitter. Die Möglichkeit einer Unterschätzung der Blockvarianz durch E_b ist ernster zu nehmen als die einer Überschätzung, weil letztere lediglich die Prüfgliedmittel näher an die der Intra-Block-Analyse heranbringen würde, die sowieso durchgeführt werden muß, falls auf die Inter-Block-Information wegen nicht ausreichender FG in E_b verzichtet wird.

Die Varianzanalyse der Tab. 1 liefert uns nicht nur den Wägefaktor μ sondern auch die Fehlervarianz für Vergleiche zwischen den Prüfgliedmitteln. Dabei ist zu bedenken, daß in teilweise balancierten Gittern nicht alle Prüfgliederpaare einmal zusammen in einem Block stehen. Zur Durchführung von t-Tests haben wir deshalb zwei verschiedene Standardfehler der Differenz zweier adjustierter Prüfgliedmittel zu errechnen, nämlich

$$\sqrt{\frac{2}{r} E_e \left[1 + (r - 1)\mu\right]} = \sqrt{43,35} = 6,6$$

für solche Prüfgliederpaare, die in einem gemeinsamen Block vorkommen, und

$$\sqrt{\frac{2}{r} E_e \left[1 + r\mu\right]} = \sqrt{47,74} = 6,9$$

für Prüfgliederpaare, die nicht in einem gemeinsamen Block vorkommen. Oft kann für alle Differenzen zweier Prüfgliedmittel ein *durchschnittlicher Standardfehler* benutzt werden, den man mit

$$\sqrt{\frac{2}{r} E_e \left[1 + \frac{rk\mu}{k + 1}\right]} = \sqrt{46,28} = 6,8$$

zu errechnen hätte. — Etwas umständlicher ist ein F-Test der Homogenität aller k^2 Prüfgliedeffekte, weil die „SQ Prüfglieder“ unserer Varianzanalyse nicht für Blockeffekte adjustiert ist. Wir gehen auf die Durchführung des F-Testes nicht ein, da er kaum gebraucht wird, wenn die Prüfglieder nicht als Zufallsstichprobe, sondern einzeln nach dem Interesse des Versuchsanstellers ausgewählt sind (vgl. *Schnell* 1957).

In der obigen Formel des durchschnittlichen Standardfehlers stellt der Ausdruck $E_e[1 + rk\mu/(k + 1)]$ den Schätzwert für die *effektive Fehlervarianz* der Gitteranalyse dar. Nun könnte man eine Gitteranlage auch wie eine gewöhnliche Blockanlage mit r Wiederholungen zu je k^2 Parzellen analysieren. Dabei würde als Schätzwert der Fehlervarianz das übliche „MQ Rest“ errechnet, das nichts anderes ist als die Summe der „SQ Blöcke i. Wdh. (adj.)“ und der „SQ Intra-Block-Fehler“, dividiert durch die Summe der FG, die sich auf $(r - 1)(k^2 - 1)$ beläuft. Man kann also aus der Varianzanalyse einer Gitteranlage leicht nachträglich die Fehlervarianz, die man bei Auswertung des Versuches als Blockanlage erhalten hätte, errechnen und mit der effektiven Fehlervarianz der Gitteranalyse vergleichen. Das Verhältnis der Fehlervarianz der Blockauswertung zur effektiven Fehlervarianz der Gitterauswertung ist ein Maß für die *relative Präzision* der Gittermethode gegenüber der Blockmethode. In unserem Beispiel beträgt die effektive Fehlervarianz der Gitteranalyse $E_e[1 + rk\mu/(k + 1)] = 46,28$, während eine Analyse als Blockanlage eine Fehlervarianz von $(713,96 + 623,32)/24 = 55,72$ ergeben hätte. Damit finden wir eine relative Präzision von 55,72/46,28 oder 120%. Bei einem Zweisatz-Gitter würde eine relative Präzision von 150% besagen, daß man, um ohne Gitteranalyse Schätzwerte derselben Präzision zu bekommen, den Versuch mit einer dritten Wiederholung hätte durchführen müssen.

2. Wirksamkeit einiger Gitter-Versuche

Die oben dargestellte Errechnung der relativen Präzision gibt uns die Möglichkeit, an praktischen Beispielen die Wirksamkeit der Gittermethode zu demonstrieren, wie das bereits früher von anderen Autoren getan wurde (s. Literaturangaben bei *Cochran* u. *Cox* 1950).

Im Jahre 1956 führten drei westdeutsche Versuchsstationen sogenannte Vorfilter-Maisversuche durch; 81 Prüfglieder wurden an jedem Versuchsort in einem 9×9-Zweisatz-Gitter auf mehrere interessierende Merkmale untersucht (vgl. *Schnell* 1956). In Tab. 2 sind Angaben über die in den einzelnen Versuchen erreichte relative Präzision für 3 verschiedene Merkmale zusammengestellt.

Tabelle 2

Relative Präzision (in Prozent) des 9×9-Zweisatz-Gitters für verschiedene untersuchte Merkmale in den Vorfilter-Maisversuchen des Jahres 1956

Merkmal	Versuchsort Weihenstephan	Versuchsort Dortelweil	Versuchsort Scharnhorst
Tage bis zur 50%igen Rispenblüte	102	115	100
Gesamttrockenmassenertrag	101	161	168
Kolbentrockenmassenertrag	100	131	103

In Weihenstephan wurde im Gegensatz zu den beiden anderen Versuchsstationen bei keinem der Merkmale ein nennenswerter Präzisionsgewinn erzielt; vermutlich wegen guter Ausgeglichenheit der Versuchsfläche. Andererseits lassen die durchgehend beträchtlichen Präzisionsgewinne in Dortelweil auf wesentliche Bodenunterschiede zwischen den Blöcken schließen. Ein Vergleich zwischen den aufgeführten Merkmalen zeigt, daß bei den Ertragszahlen, insbesondere beim Gesamttrockenmassenertrag, im Durchschnitt der Versuche mehr Präzision gewonnen wurde als bei dem Merkmal „Tage bis zur 50%igen Rispenblüte", das offenbar weniger durch Bodenunterschiede beeinflußt wird.

Tab. 3 bringt weitere Beispiele für die Wirksamkeit des Zweisatz-Gitters. Es handelt sich um 18 Körnermaisversuche mit je 49 Prüfgliedern. Die 13 im Jahre 1954 durchgeführten Versuche standen auf relativ ausgeglichenem Boden und waren besonderen fehlererhöhenden Schädigungen nicht ausgesetzt. Infolge der geringen Blockunterschiede brachten die Gitteranalysen nur mäßige Präzisionsgewinne[1], die aber immerhin in drei Versuchen etwa 20% und in einem Versuch über 70% ausmachen. Im Gegensatz dazu standen die Versuche des Jahres 1955 auf weniger gleichmäßigem Boden und wiesen in manchen Blöcken erhebliche Bestandeslücken auf, die durch starken Drahtwurmbefall während des Auflaufens verursacht waren. Dadurch ergaben sich allgemein höhere Intra-Block-Fehler als 1954 und außerdem so beträchtliche Blockunterschiede, daß die Gitteranalysen hoch effektiv waren. Wie aus Tab. 3 ersichtlich ist, betrug die relative Präzision der Gittermethode in zwei Fällen über 350%. Obwohl so große Präzisionsgewinne selten vorkommen dürften, illustrieren sie doch die potentielle Wirksamkeit der Gitteranalyse bei Vorliegen starker Blockunter-

[1]) Im Versuch 1954/11 wurde E_b kleiner als E_e gefunden, so daß keine Adjustierungen zur Anwendung kamen. In solchen Fällen ist es korrekt, als „Fehler-MQ" die geschätzte Intra-Block-Varianz E_e zu nehmen, nicht etwa das aus E_b und E_e zusammengefaßte „MQ Rest" der Auswertung als Blockanlage. Für letztere ergibt sich dadurch *scheinbar* eine bessere Präzision als für die Gitteranalyse.

Tabelle 3

Wirksamkeit des 7×7-Zweisatz-Gitters in 18 Körnermaisprüfungen, *Scharnhorst* 1954 und 1955

Versuchsjahr und Versuchsnummer	Effektives Fehler-MQ [1]) bei Auswertung der Versuche als Blockanlage	Gitteranlage	Relative Präzision der Gittermethode (in Prozent)
1954/ 1	20,44	19,37	106
2	15,62	14,91	105
3	17,62	17,49	101
4	18,33	16,87	109
5	15,57	15,17	103
6	17,38	15,52	112
7	20,21	11,75	172
8	31,57	26,32	120
9	16,77	13,76	122
10	22,17	21,30	104
11	(18,57)	22,40	(83)
12	19,95	18,63	107
13	24,27	19,75	123
1955/ 1	84,23	70,67	119
2	141,70	38,38	369
3	82,84	41,53	199
4	124,12	64,84	191
5	203,79	56,91	358

schiede. Aber auch bei kleineren Präzisionsgewinnen, wie sie in den Versuchen des Jahres 1954 erzielt wurden, scheint sich die zusätzliche Rechenarbeit der Gitteranalyse durchaus bezahlt zu machen, wenn man die wesentlich höheren Kosten zusätzlicher Versuchswiederholungen veranschlagt, mit denen derartige Präzisionsgewinne sonst erkauft werden müßten.

Nun mögen bei manchen Versuchsanstellern gewisse Zweifel bestehen, ob mit den errechneten Präzisionsgewinnen wirklich entsprechende Verbesserungen in der Schätzung der Prüfgliedmittel verbunden sind. Anders ausgedrückt, stellt sich uns die Frage, ob die Gitterkorrekturen tatsächlich die Schätzwerte der Prüfgliedmittel näher an die „wahren" Prüfgliedmittel heranbringen, an denen wir interessiert sind. Da uns diese „wahren" Prüfgliedmittel unbekannt bleiben, ist es nicht leicht, derartige Zweifel mit nicht-biometrischen Argumenten zu entkräften. Eine Möglichkeit bietet sich vielleicht in folgendem Gedankengang: Wenn derselbe Satz von Prüfgliedern in zwei voneinander unabhängige Gitterversuche gestellt wird, sollte eine Zusammenfassung der adjustierten Prüfgliedmittel aus beiden Versuchen im Durchschnitt der Fälle einen kleineren Versuchsfehler ergeben als eine Zusammenfassung der nicht adjustierten Prüfgliedmittel, sofern die Schätzwerte durch die Adjustierungen näher an die „wahren" Werte herangekommen sind. Hierzu seien einige experimentelle Ergebnisse mitgeteilt: Die in Tab. 3 aufgeführten Versuche 1955/1—3 stellen Wiederholungen der drei Versuche mit den entsprechenden Nummern des Jahres 1954 dar, wobei alle Schritte der zufälligen Zuteilung jeweils in beiden Jahren verschieden waren.

[1]) Aus Varianzanalysen auf Basis von Parzellenerträgen in dz/ha.

In Tab. 4 sind für die drei Versuchsserien nochmals die Zahlen der relativen Präzision der Teilversuche aus den Jahren 1954 und 1955 angegegeben. Ferner enthält Tab. 4 die bei Zusammenfassung der Teilversuche errechneten „Fehler-MQ" (d. h. die MQ der Interaktionen „Prüfglieder/Jahre"), und zwar einerseits aus Analysen der unadjustierten Prüfgliedmittel und andererseits aus Analysen der adjustierten Prüfgliedmittel. Bei allen drei Versuchsserien war die Interaktion „Prüfglieder/Jahre" kleiner, wenn die adjustierten Prüfgliedmittel zu-

Tabelle 4

Erhöhung der Präzision zweijähriger Körnermaisprüfungen bei Analyse der adjustierten Prüfgliedmittel aus den Gitteranlagen der einjährigen Teilversuche, *Scharnhorst* 1954 und 1955

Versuchsnummer	Teilversuche Relative Präzision der Gitteranlagen 1954	1955	Zweijährige Versuchszusammenfassung Fehler-MQ[1]) bei Analyse der unadjustierten Prüfgliedmittel	adjustierten Prüfgliedmittel	Relative Präzision
1	106%	119%	42,87	30,70	140%
2	105%	369%	51,84	22,15	234%
3	101%	199%	24,22	22,00	110%

sammengefaßt wurden. Da die Adjustierungen jeweils aus den Gitteranalysen der einjährigen Teilversuche, also unabhängig von den Resultaten des anderen Jahres, errechnet wurden, sind diese Ergebnisse schwerlich anders zu deuten als in der Weise, daß die Prüfgliedmittel durch die Gitterkorrekturen im ganzen tatsächlich „richtiger" geworden sind. Natürlich würde eine größere Anzahl ähnlicher Versuchsbeispiele noch überzeugender sein.

3. Vereinfachte Auswertung des Zweisatz-Gitters

Auch wenn die präzisionserhöhende Wirkung der Gittermethode bei großer Prüfgliederanzahl außer Frage steht, kann die über eine einfache Varianzanalyse hinausgehende Rechenarbeit der Gitteranalyse als ein gewisser Nachteil empfunden werden. Es sei deshalb darauf aufmerksam gemacht, daß sich der in Tab. 1 exemplifizierte Gang der Auswertung für das Zweisatz-Gitter wesentlich abkürzen läßt, indem man nicht die Parzellenerträge sondern die aus den beiden Parzellenerträgen jedes Prüfgliedes gebildeten Differenzen analysiert[2]). In Tab. 5 ist die vereinfachte Auswertung an Hand des früher benutzten Beispiels dargestellt. Sie wird zweckmäßigerweise mit folgenden Schritten durchgeführt:

1. In das etwas vergrößert gezeichnete Grundquadrat schreibt man zu jeder Prüfgliednummer die beiden zugehörigen Parzellenerträge y übereinander ein.

2. Für jedes Prüfglied wird durch Addition der beiden Parzellenerträge die Prüfgliedsumme T und durch Subtraktion des Parzellenertrages der Wiederholung II von dem der Wiederholung I die Differenz D gebildet; auf einer Rechenmaschine können die beiden Arbeitsgänge jeweils aneinander angeschlossen werden, so daß sich ein zweites Einstellen der Zahlen erübrigt.

[1]) Aus Varianzanalysen der Prüfgliedmittel in dz/ha.

[2]) Ob bereits von anderer Seite auf den hier vorgeschlagenen abgekürzten Rechengang hingewiesen worden ist, muß zunächst offen bleiben, da bis zum Abschluß des Manuskriptes nur ein Teil der einschlägigen Literatur daraufhin durchgesehen werden konnte.

Tabelle 5

Vereinfachte Auswertung eines 5×5-Zweisatz-Gitters
(Körnermaiserträge in dz/ha pro Parzelle)

Parzellenerträge y (aus Wiederholung I und II), Differenzen D, Summen T und korrigierte Summen T' der im Grundquadrat angeordneten Prüfglieder, sowie Randsummen der Differenzen D und Korrekturen

						$(-C)$	μC
y I	63	58	46	43	56		
y II	63	68	61	40	67		
D	0	—10	—15	+ 3	—11	— 33	
T	126	126	107	83	123		
T'	(1) 128,3	(2) 126,8	(3) 105,6	(4) 91,2	(5) 122,4		+ 3,7
	55	65	71	52	63		
	63	55	73	39	70		
	— 8	+10	— 2	+13	— 7	+ 6	
	118	120	144	91	133		
	(6) 115,9	(7) 116,4	(8) 138,2	(9) 94,8	(10) 128,0		— 0,7
	60	51	53	54	66		
	58	64	67	53	68		
	+ 2	—13	—14	+ 1	— 2	— 26	
	118	115	120	107	134		
	(11) 119,5	(12) 115,0	(13) 117,8	(14) 114,4	(15) 132,6		+ 2,9
	56	65	59	66	58		
	59	67	77	57	87		
	— 3	— 2	—18	+ 9	—29	— 43	
	115	132	136	123	145		
	(16) 118,4	(17) 133,9	(18) 135,7	(19) 132,3	(20) 145,5		+ 4,8
	58	61	57	54	59		
	61	72	53	40	48		
	— 3	—11	+ 4	+14	+11	+ 15	
	119	133	110	94	107		
	(21) 115,9	(22) 128,4	(23) 103,2	(24) 96,8	(25) 101,0		— 1,7
C	—12	—26	—45	+40	—38	— 81 (= R_c)	
μC	—1,4	—2,9	—5,1	+4,5	—4,3		

Varianzanalyse der Differenzen D, auf Basis der Parzellenerträge

Streuungsursache	SQ	FG	MQ
Blöcke i. Wdh. (adj.)	$\sum C^2/2k - 2(R_c{}^2/2k^2) = 713{,}96$	$2(k-1) = 8$	$89{,}25 = E_b$
Intra-Block-Fehler	(aus Differenz) $= 623{,}32$	$(k-1)^2 = 16$	$38{,}96 = E_e$
Gesamt	$\sum D^2/2 - R_c{}^2/2k^2 = 1337{,}28$	$(k^2-1) = 24$	

$$\mu = (E_b - E_e)/kE_b = (89{,}25 - 38{,}96)/5 \cdot 89{,}25 = 0{,}1127$$

3. Man errechnet durch Summierung der Differenzen D über jede Zeile die $(-C)$-Werte der Wiederholung I und über jede Spalte die C-Werte der Wiederholung II. Sowohl die Zeilensummen $(-C)$ als auch die Spaltensummen C addieren sich zur Gesamtsumme der Differenzen, die mit R_c symbolisiert sei. Zur Kontrolle empfiehlt sich, in der Originalliste die Summe aller Parzellenerträge der Wiederholung II zu bilden und von der Summe der Erträge der Wiederholung I zu subtrahieren; die gefundene Differenz sollte R_c gleichen, wenn richtig übertragen und gerechnet wurde.

4. Die in Tab. 5 wiedergegebene Varianzanalyse der Differenzen D auf Basis der Parzellenerträge wird durchgeführt.

Man errechnet:

$$\text{„SQ gesamt“} = \sum D^2/2 - R_c^2/2k^2$$
$$= (0^2 + 10^2 + \ldots + 11^2)/2 - 81^2/50 = 1337{,}28,$$

$$\text{„SQ Blöcke i. Wdh. (adj.)“} = \sum C^2/2k - 2(R_c^2/2k^2)$$
$$= (33^2 + 6^2 + \ldots + 38^2)/10 - 2(81^2/50) = 713{,}96,$$

$$\text{„SQ Intra-Block-Fehler“} = 1337{,}28 - 713{,}96 = 623{,}32,$$

$$E_b = \text{„SQ Blöcke i. Wdh. (adj.)“}/2(k-1) = 713{,}96/8 = 89{,}25,$$

$$E_e = \text{„SQ Intra-Block-Fehler“}/(k-1)^2 = 623{,}32/16 = 38{,}96.$$

5. Man bildet den Wägefaktor

$$\mu = (E_b - E_e)/kE_b = (89{,}25 - 38{,}96)/5 \cdot 89{,}25 = 0{,}1127$$

sowie die Produkte μC für jede Zeile bzw. Spalte des Grundquadrates; dabei ist zu beachten, daß die μC-Werte der Zeilen entgegengesetzte Vorzeichen erhalten wie die entsprechenden Zeilensummen $(-C)$.

6. Zu jeder Prüfgliedsumme T werden die beiden μC-Werte der betreffenden Zeile bzw. Spalte addiert; die so für Blockunterschiede adjustierten Summen T' liefern die adjustierten Prüfgliedmittel $T'/2$.

7. Mit E_e und μ können die auf Seite 126 angegebenen Standardfehler errechnet werden.

8. In der auf S. 126 dargelegten Weise läßt sich die relative Präzision der Gitteranalyse ermitteln.

Gegenüber der üblichen Auswertung eines $k \times k$-Zweisatz-Gitters ist der hier skizzierte Rechengang insofern einfacher, als in der Varianzanalyse nur $(k^2 + 2k + 1)$ Werte zu quadrieren sind, während die Varianzanalyse der Tab. 1 die Quadrierung von $(3k^2 + 2k + 5)$ Werten erfordert. Hinzu kommt, daß man in den Differenzen D kleinere Zahlen beim Rechnen hat, deren unterschiedliche Vorzeichen allerdings die Bildung der Summen etwas erschweren. Die durch den verkürzten Rechengang gegebene Arbeitsersparnis kann im allgemeinen mit etwa 50% veranschlagt werden. Ein weiterer Vorteil der vereinfachten Auswertung besteht darin, daß die Differenzen D für etwaige fehlende Parzellenerträge bequem ergänzt werden können. Das der Vereinfachung unterliegende Prinzip läßt sich auch bei einigen anderen Versuchsanlagen ausnutzen.

Zusammenfassung

Am Beispiel eines Zweisatz-Gitters wird die Gitteranalyse, ohne und mit Nutzung der Inter-Block-Information, erläutert. Zur Frage der Wirksamkeit der Gittermethode und der Berechtigung der Gitterkorrekturen werden experi-

mentelle Ergebnisse mitgeteilt. Schließlich wird auf eine vereinfachte Auswertung des Zweisatz-Gitters hingewiesen, bei der nicht die Parzellenerträge, sondern die aus den beiden Parzellenerträgen jedes Prüfgliedes gebildeten Differenzen analysiert werden.

Literaturverzeichnis

Anderson, R. L. u. Bancroft, T. A., 1952, Statistical theory in research. McGraw-Hill, New York.

Cochran, W. G. u. Cox, G. M., 1950, Experimental designs. 2nd print., Wiley, New York.

Krüger, F. H. u. v. Lochow, J., 1956, Die derzeitige Anwendung der Methoden im deutschen Feldversuchswesen. Z. f. Acker- u. Pflanzenbau **100**, 379—387.

Schnell, F. W., 1956, Ergebnisse der Vorfilter-Maisversuche 1956. Saatgut-Wirtschaft **8**, 311—314.

Schnell, F. W., 1957, Elementarmethoden der Statistik. In: Hdb. d. Pflanzenzüchtung, 2. Aufl., Bd. I, Parey, Berlin.

Yates, F., 1936, A new method of arranging variety trials involving a large number of varieties. Journ. Agr. Sci. **26**, 424—455.

Yates, F., 1940, The recovery of inter-block information in balanced incomplete block designs. Ann. Eugen. **10**, 317—325.